ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ПУЧКАМИ ТРАЕКТОРИЙ

А.В. Гончаров

Институт математики, экономики и информатики, Иркутский государственный университет, Иркутск
e-mail: alex.goncharov1990@gmail.com

В докладе рассматривается задача оптимального управления вида

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x,u), \quad t \in T_0 = [0,T], \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left\langle \frac{\partial \rho}{\partial x}, f(t,x,u) \right\rangle = -\rho \operatorname{div}_x f(t,x,u), \quad t \in (0,T),\ x \in \Omega, \tag{2}$$

$$x(0) \in M_0, \tag{3}$$

$$\rho(0,x) = \rho_0(x), \quad x \in \overline{\Omega}, \tag{4}$$

$$u(t) \in U,\ t \in T_0, \tag{5}$$

$$I(u) = \int_{T_0} \int_{M_{t,u}} F(t,x,\rho(t,x))\,dxdt + \int_{M_{T,u}} \varphi(x,\rho(T,x))\,dx \to \inf. \tag{6}$$

Здесь $x : T_0 \to \mathbf{R}^n$, $\rho(t,x) : T_0 \times \overline{\Omega} \to \mathbf{R}^1$, $u : T_0 \to \mathbf{R}^r$, Ω — некоторая область в $\mathbf{R}^n$, множество M_0 компактно в $\mathbf{R}^n$, $M_0 \subset \Omega$, черта сверху означает замыкание множества.

Основные предположения на задачу:
1) Множество U компактно в $\mathbf{R}^r$.
2) Функция $f(t,x,u)$ непрерывна и непрерывно дифференцируема по совокупности переменных, а также удовлетворяет условиям Липшица и линейного роста по x.
3) $F(t,x,\rho)$, $\varphi(x,\rho)$ и $\rho_0(x)$ — неотрицательные гладкие функции.

Допустимыми управлениями считаются гладкие функции $u(\cdot)$ со значениями в U, т.е. $u(\cdot) \in C^1(T_0, \mathbf{R}^r)$, $u(t) \in U$, $t \in T_0$. Рассмотрим соответствующий некоторому допустимому управлению $u(\cdot)$ пучок $\cup_{x_0 \in M_0} x(\cdot, x_0; u)$ решений уравнения (1), исходящий из множества M_0. Множество $M_{t,u}$ определяется как сечение пучка при некотором фиксированном t, т.е.

$$M_{t,u} = \{x_t = x(t,x_0;u) : x(\cdot,x_0;u) \text{ — решение (1), (3) при управлении } u(\cdot),\ x_0 \in M_0\}.$$

Задача (1)–(6) называется задачей оптимального управления пучками траекторий заряженных частиц с учетом плотности распределения. Ранее в [2] рассматривались вопросы моделирования и анализа динамики управляемых пучков, были получены необходимые условия оптимальности. Отметим, что в широком круге прикладных задач такого типа управления носят гладкий характер. В данной работе с использованием техники [1] получены необходимые условия оптимальности первого порядка в классе гладких управлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.В. Аргучинцев. *Оптимальное управление гиперболическими системами.* М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007, 168 с.
2. Д.А. Овсянников. *Математические методы оптимизации динамики пучков.* Учебное пособие. Л.: Издательство Ленинградского университета, 1986, 92 с.