

О СУЩЕСТВОВАНИИ НЕБЛОКИРУЕМЫХ ДЕЛЕЖЕЙ В НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ НЕЧЕТКИХ КООПЕРАТИВНЫХ ИГР ¹

В.А.Васильев

*Институт математики им. С.Л.Соболева, Новосибирск
e-mail: vasilev@math.nsc.ru*

В докладе анализируются так называемые \mathcal{S} -представления нечетких кооперативных игр, позволяющие в ряде случаев значительно упростить получение условий существования неблокируемых дележей таких игр. Большое внимание уделяется играм, для которых удается получить простое формульное описание их \mathcal{S} -представлений. В частности, найдены аналоги условий суперлинейности, обеспечивающие непустоту ядер непрерывных однородных нечетких игр.

Введенное автором \mathcal{S} -представление v^* нечеткой кооперативной игры n лиц с побочными платежами $v : [0, 1]^n \rightarrow \mathbf{R}$ определяется как сужение v на стандартный симплекс $\mathcal{S} := \{\tau \in [0, 1]^n \mid \sum_{i=1}^n \tau_i = 1\}$, задаваемое формулой

$$v^*(\tau^*) := \sup\{v(t\tau^*)/t \mid t \in (0, 1/\|\tau^*\|_\infty]\}, \quad \tau^* \in \mathcal{S},$$

где, как обычно, $\|\tau\|_\infty = \max\{|\tau_i| \mid i = 1, \dots, n\}$ для $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_n)$ (дополнительные подробности, касающиеся используемых понятий, см. в [1, 2]). Понижение размерности исследуемой части области определения v облегчает анализ структуры доминирования игры v . Наибольший эффект достигается при изучении ядер однородных нечетких игр.

Теорема. *Если игра v однородна и непрерывна, то ее ядро непусто тогда и только тогда, когда для любого вектора $g \in \mathbf{R}^n$ такого, что $\sum_{i=1}^n g_i = 0$ и $\|g\|_\infty \leq 1/n$ выполняется неравенство*

$$v(c^*) \geq \frac{1}{2}[v(c^* + g) + v(c^* - g)],$$

где $c^* = (1/n, \dots, 1/n)$ - центр тяжести симплекса \mathcal{S} .

Доклад завершается демонстрацией применения полученных теоретических результатов к анализу условий существования неблокируемых дележей в таких прикладных задачах кооперации, как определение рационального уровня затрат при долевым участии в строительстве взлетно-посадочных полос аэродрома, максимального уровня потока в совместно регулируемых сетях и отыскание эффективного поведения инвесторов при коллективном управлении линейным производством.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.-P. Aubin *Optima and Equilibria*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 1993. — 417p.
2. V.A. Vasil'ev *An extension of Bondareva-Shapley theorem to fuzzy cooperative games*. — VII Moscow International Conference on Operation Research (ORM2013): Moscow, October 15-19, 2013: Proceedings: Vol.I. — Moscow, MAKS Press, 2013. — p.209-212.

¹Работа выполнена при поддержке фондов РФФИ (грант 13-06-00311) и РГНФ (грант 13-02-00226)