

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫХ УСТРОЙСТВОМ С НЕТОЧНО ЗАДАННОЙ АППАРАТНОЙ ФУНКЦИЕЙ, РЕГУЛЯРИЗОВАННЫМ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ А. Н. ТИХОНОВА<sup>1</sup>

В. В. Волков, В. И. Ерохин, А. А. Будаев

*Борисоглебский государственный педагогический институт, Борисоглебск  
e-mail: volkov@fizmat.net*

*Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Санкт-Петербург*

В работе рассматривается применение сравнительно малоизученного метода решения приближенных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) — регуляризованного метода наименьших квадратов (РМНК) А. Н. Тихонова [1] — к решению практической задачи восстановления неточно зарегистрированных изображений.

**Задача РМНК** [1, 2, 3]. Пусть существует совместная конечномерная СЛАУ  $A_0x = b_0$ , где  $A_0 \in R^{m \times n}$ ,  $b_0 \in R^m$ ,  $x_0 \in R^n$  — нормальное решение этой системы. Вместо  $A_0$  и  $b_0$  известны приближённые  $A$  и  $b$ , такие что  $\|A_0 - A\| \leq \mu$ ,  $\|b_0 - b\| \leq \delta < \|b\|$ . Найти  $A_1 \in R^{m \times n}$ ,  $b_1 \in R^m$ ,  $x_1 \in R^n$ , такие что  $\|A_1 - A\| \leq \mu$ ,  $\|b_1 - b\| \leq \delta$ ,  $A_1x_1 = b_1$ ,  $\|x_1\| \rightarrow \min$ .

Стандартным методом решения подобных задач является решение регуляризованной системы Эйлера  $(A^T A + \alpha I)x_\alpha = A^T b$  при значениях параметра регуляризации  $\alpha > 0$ .

Удалось показать [2], что в определённых случаях РМНК приводит к необходимости использования отрицательного параметра регуляризации. Этот случай интересен как с теоретической, так и с практической точки зрения, т.к. его вычислительная реализация требует специальных инструментов для преодоления плохой численной обусловленности.

Задача восстановления исходного изображения по изображению, зарегистрированному прибором с неточной аппаратной функцией (см., например, [4]), может быть сведена к решению приближённых СЛАУ.

Значения параметра регуляризации, обеспечивающие наименьшую погрешность восстановления изображения, определялись в серии вычислительных экспериментов. При этом для восстановления изображений применялись специально разработанные алгоритмы, обладающие минимальной обусловленностью и работающие, в т. ч. при  $\alpha < 0$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А. Н. О приближенных системах линейных алгебраических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1980. Т. 20. № 6. С. 1373-1383.
2. Волков В. В., Ерохин В. И. О тихоновских решениях приближенных систем линейных алгебраических уравнений при конечных возмущениях их матриц // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2010. Т. 50. № 4. С. 618-635.
3. Ерохин В. И., Волков В. В. Методы и модели восстановления линейных зависимостей по неточной информации // Известия СПбГТИ(ТУ). 2011. № 10 С. 52-57.
4. Воскобойников Ю. Е., Литасов В. А. Устойчивый алгоритм восстановления изображения при неточно заданной аппаратной функции // Автометрия. 2006. №42(6). С. 3-15.

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №14-01-31318)