

ВЗВЕШЕННАЯ СТРУКТУРНАЯ МАТРИЧНАЯ КОРРЕКЦИЯ НЕСОБСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ 1-ГО РОДА¹

В.И. Ерохин, М.Н. Хвостов

Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Санкт-Петербург,

Борисоглебский государственный педагогический институт, Борисоглебск
e-mail: erohin_v_i@mail.ru, hvostoff@inbox.ru

В докладе, в продолжение исследования, начатого в работе [1], рассматривается проблема P матричной коррекции несобственной задачи линейного программирования (ЛП) 1-го рода по минимуму взвешенной евклидовой нормы в случае, когда элементы расширенной матрицы $[A - b]$ коэффициентов системы её ограничений разбиты на множества корректируемых $[K^+ k^+]$ и некорректируемых $[K^- k^-]$ элементов.

Теорема. Если решение проблемы P существует, то искомые векторы и матрицы могут быть построены по прямым формулам, зависящим от решения (разрешимой в указанных условиях) задачи безусловной минимизации.

$$\Phi(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^m \frac{(b - A(\text{diag}(\tilde{x})\tilde{x}))_i^2 \cdot \left| s \left(\begin{bmatrix} \text{diag}(\tilde{x})\tilde{x} \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{i*}^\top \\ \chi_i \end{bmatrix} \right) \cdot \text{diag} \left(\begin{bmatrix} \mathcal{W}_{i*}^\top \\ \omega_i \end{bmatrix} \right) \right|^2}{\left(s^\top \left(\begin{bmatrix} \text{diag}(\tilde{x})\tilde{x} \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{i*}^\top \\ \chi_i \end{bmatrix} \right) \cdot s \left(\begin{bmatrix} \text{diag}(\tilde{x})\tilde{x} \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{i*}^\top \\ \chi_i \end{bmatrix} \right) \right)^2} \rightarrow \min,$$

где коэффициенты $\begin{bmatrix} \mathcal{W}_{i*}^\top \\ \omega_i \end{bmatrix}$ определяют вес каждого элемента i -ой строки матрицы коррекции $[H - h]$ в целевой функции, \mathcal{H}_{i*} – i -ая строка матрицы \mathcal{H} ,

$$s(p, q) = (s(p, q)_i) \begin{cases} s(p, q)_i = p_i, & \text{если } q_i \neq 0 \\ s(p, q)_i = 0, & \text{если } q_i = 0 \end{cases}, \quad \mathcal{H} = (\mathcal{H}_{ij}) \begin{cases} \mathcal{H}_{i,j} = 1, & \text{если } \{i, j\} \in \mathbf{K}^+ \\ \mathcal{H}_{i,j} = 0, & \text{если } \{i, j\} \in \mathbf{K}^- \end{cases},$$

$$\chi = (\chi_i) \begin{cases} \chi_i = 1, & \text{если } \{i\} \in \mathbf{k}^+ \\ \chi_i = 0, & \text{если } \{i\} \in \mathbf{k}^- \end{cases}.$$

Получены аналитические формулы для вычисления градиента указанной функции [2]. Реализована вычислительная процедура минимизации с помощью алгоритма Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно. Приведены результаты решения модельной задачи средней размерности с разреженной матрицей коэффициентов из каталога "lp/infeas"хранилища Netlib, иллюстрирующие сходимость по аргументу и целевой функции, а также распределение относительных поправок элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерохин В.И., Красников А.С., Хвостов М.Н. О достаточных условиях разрешимости задач линейного программирования при матричной коррекции их ограничений // Тр. ин-та математики и механики УрО РАН. 2013. Т. 19. № 2. С. 145-156.
2. Ерохин В.И., Красников А.С., Хвостов М.Н. Квазиньютоновские алгоритмы матричной коррекции несобственных задач линейного программирования с произвольным множеством корректируемых коэффициентов // Известия СПбГТИ (ТУ). 2014. № 23. С. 87-92.

¹Работа выполнена в рамках гранта РФФИ 14-01-31318