

ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ПРИБЛИЖЕННАЯ СХЕМА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ОБОБЩЕНИЙ ЕВКЛИДОВОЙ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА

М.Ю. Хачай, Е.Д. Незнахина

Институт математики и механики, Екатеринбург
e-mail: mkhachay@imm.uran.ru, eneznakhina@yandex.ru

В классической постановке задачи коммивояжера (TSP) нам дано n городов и для каждой пары городов i, j известно расстояние между ними $d_{i,j}$. Цель – найти замкнутый маршрут, посещающий все города в точности один раз и имеющий наименьшую стоимость (равную сумме расстояний между последовательно посещаемыми городами).

Известно, что даже евклидова задача коммивояжера NP-трудна [3]. Для метрической задачи коммивояжера существует $\frac{3}{2}$ -приближенный алгоритм, полученный Н.Кристофидесом [2]. Наиболее важным результатом для задачи коммивояжера в евклидовом пространстве конечной размерности считается полиномиальная аппроксимационная схема (PTAS), обоснованная С.Аророй [1].

Как обычно, полиномиальной аппроксимационной схемой (PTAS) для задачи комбинаторной оптимизации называем семейство алгоритмов, содержащее для каждого фиксированного $\epsilon > 1$ приближенный алгоритм, решающий данную задачу с гарантированной точностью $(1 + \frac{1}{\epsilon})$ за время, ограниченное сверху некоторым полиномом от длины записи ее исходных данных.

В данной работе предлагается обобщение PTAS Ароры для евклидовой задачи о двух коммивояжерах на плоскости. В указанной задаче на плоскости заданы n городов и для каждой пары i, j известно евклидово расстояние $d_{i,j}$ между соответствующими городами. Цель – построить два замкнутых, вершинно непересекающихся маршрута, посещающих все города, суммарная стоимость которых минимальна.

Основная идея построения PTAS Ароры [1] состоит в рекурсивном разбиении плоскости на вложенные квадраты с последующим обоснованием существования маршрута, не более, чем в $(1 + \frac{1}{\epsilon})$ раз отличающегося от оптимального и пересекающего границы всех построенных квадратов не слишком часто. Метод построения маршрута опирается на процедуру динамического программирования.

В PTAS для евклидовой задачи о двух коммивояжерах полученные на каждом шаге процедуры динамического программирования отрезки маршрута нужно красить в два цвета, перебирая все возможные комбинации и выбирая лучшую путем минимизации целевой функции. В работе приведена оценка временной сложности PTAS для обобщенной задачи коммивояжера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Arora S. *Polynomial Time Approximation Schemes for Euclidean Traveling Salesman and Other Geometric Problems*. — Journal of the ACM. — 1998, №5, p.753-782.
2. Christofides N. *Worst-case analysis of a new heuristic for the traveling salesman problem*. — In Symposium on New Directions and Recent Results in Algorithms and Complexity. — 1976, p.441.
3. Papadimitriou C. *Euclidean TSP is NP-complete*. — Theoret. Comput. Sci. 4. — 1977, p.237-244.