ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ДВОЙСТВЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРОЕКЦИЙ ТОЧКИ НА МНОЖЕСТВО

А.С. Величко

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток
e-mail: vandre@dvo.ru

В докладе рассматривается задача поиска проекции точки $q \in R^n$ на множество, заданное конечным набором линейных ограничений типа неравенств. Она возникает в проективных алгоритмах решения экстремальных задач, методе проекций градиента, может использоваться для эффективного решения задач линейного программирования большой размерности [1]. Искомая проекция – точка $x*$ – оптимальное решение задачи квадратичного программирования $\min\limits_{x} \|x - q\|^2$ с ограничениями $Ax \leq b$. Анализ построения эффективных численных методов для решения этой задачи, в том числе параллельных, являются предметом данной работы.

Запишем последнюю задачу в виде $\min\limits_{x}\{\frac{1}{2}x'Qx + c'x, Ax \leq b\}$. Далее можно записать двойственную постановку рассматриваемой задачи: $\min\limits_{p\geq 0}\{\frac{1}{2}p'Dp + d'p\}$. Здесь $D = AQ^{-1}A'$ – положительно определенная, симметричная матрица, $d = b + AQ^{-1}c$ и для оптимальных решений прямой ($x*$) и двойственной ($p*$) постановки задачи выполняется соотношение $x* = -Q^{-1}(c + A'p*)$. Размерность двойственного вектора p равна числу линейных ограничений-неравенств рассматриваемой квадратичной задачи условной оптимизации.

Идея параллельного алгоритма для решения двойственной задачи основана на использовании последовательного нелинейного метода Якоби и предлагаемой далее модификации, позволяющей распараллеливание вычислений. Используемый для решения задач оптимизации нелинейный метод Якоби предполагает фиксацию значений всех кроме одной компонент вектора неизвестных. На каждом шаге алгоритма решается получающаяся простая одномерная задача оптимизации, обновляется значение компоненты вектора неизвестных на данной итерации алгоритма и осуществляется переход к другой компоненте искомого вектора, которые циклически перебираются до выполнения критерия останова алгоритма. В отличие от идеи методов покоординатного спуска в рассматриваемом алгоримте не вычисляется градиент оптимизируемой функции в текущей точке и спуск в направлении антиградиента функции не осуществляется.

В работе [2] рассматриваемый подход был использован для решения задачи регуляризации и построения параллельного алгоритма для уравнения Фредгольма с недифференцируемыми стабилизаторами.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Величко *О выборе шага в проективных алгоритмах для задач линейного программирования большой размерности.* — Дальневосточный математический журнал. — 2012, №2, с. 160-170.
2. А.С. Величко *Двойственный алгоритм для задач регуляризации с недифференцируемыми стабилизаторами.* — Вычислительные технологии. — 2014, №2, с. 14-20.