

РЕШЕНИЕ МИНИМАКСНОЙ ЗАДАЧИ ВЕБЕРА НА ПЛОСКОСТИ С ЗАПРЕЩЕННЫМИ ЗОНАМИ¹

Г.Г. Забудский, Н.С. Веремчук

Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Омск
zabudsky@ofim.oscsbras.ru, n-veremchuk@rambler.ru

Рассматривается задача Вебера в следующей постановке. На плоскости размещается n точечных объектов X_1, \dots, X_n среди m фиксированных P_1, \dots, P_m . Заданы: запрещенные прямоугольные зоны F_k со сторонами, параллельными осям координат, внутри которых не допускается размещение объектов, $F = \bigcup F_k$, $k = 1, \dots, z$; $w_{ij} \geq 0$ и $v_{jk} \geq 0$ — удельные стоимости связей между объектами P_i и X_j , X_j и X_k соответственно. Необходимо разместить объекты вне запрещенных зон таким образом, чтобы максимальное взвешенное расстояние между всеми объектами было минимальным (см. [1, 2]). Математическая модель задачи имеет вид:

$$\max\left\{\max_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} w_{ij}d(P_i, X_j), \max_{1 \leq j < k \leq n} v_{jk}d(X_j, X_k)\right\} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$X_j \notin \text{Int } F, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где $d(\cdot, \cdot)$ — некоторая метрика, $\text{Int } F$ — внутренность множества F .

Результаты исследований задачи без ограничений (2) для прямоугольной метрики приведены в [3]. В [1] построены модели целочисленного линейного программирования (ЦЛП) для минимаксного и минисуммного критериев задачи Вебера с запрещенными зонами. Вариант алгоритма ветвей и границ с применением нижней оценки функции (1), вычисленной с помощью определения минимальных расстояний между областями, в которых допускается размещение объектов, предложен в работе [2].

В докладе рассматривается задача (1)–(2) с прямоугольной метрикой. Доказано, что для поиска оптимального решения достаточно рассматривать подмножество допустимых решений, определяемое с учётом решения задач для каждого из размещаемых объектов отдельно. Предложено несколько вариантов нижних оценок целевой функции. Разработан алгоритм ветвей и границ. Проведен вычислительный эксперимент по сравнению эффективности алгоритма и решения с помощью модели ЦЛП и пакета IBM ILOG CPLEX.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Г. Забудский. *Построение моделей и решение задач размещения на плоскости с запрещенными зонами.* — Автоматика и телемеханика. — 2006, №12, с. 136-141.
2. Г.Г. Забудский, Н.С. Веремчук. *О минимаксной задаче Вебера на плоскости с запрещенными зонами.* Междунар. конф. "Дискретная оптимизация и исследование операций": Матер. конф. — Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2013, с. 123.
3. H.V. Dearing, R.L. Francis. *A network flow solution to a multifacility minimax location problem involving rectilinear distances.* — Transportation Science. — 1974, v. 8, p. 126-141.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №13-01-00862)