АЛГОРИТМЫ КВАЗИРАВНОМЕРНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ В УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМАХ С ДВУМЯ И ТРЕМЯ ФАЗОВЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ [1]

Е. А. Финкельштейн

Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск
e-mail: finkel@icc.ru

В работе предлагаются алгоритмы поиска достижимых точек равномерно (с некоторой точностью) заполняющих объем множества достижимости и аппроксимирующих множество уже при небольшом количестве точек. Предлагаемые алгоритмы во многом схожи с методом «глубоких ям» из [1] и, аналогично рассмотренному в этой работе подходу, для пополнения точек аппроксимирующего множества требуется многократное решение вспомогательных задач оптимизации.

Рассматриваются нелинейные управляемые системы $\dot{x} = f(x(t), u(t), t)$, с начальными условиями $x(t_0) = x_0$ и ограничениями на управления $\underline{u} \le u(t) \le \overline{u}$ на $t \in [t_0, t_1]$. Алгоритмы построения аппроксимации заключаются в последовательном добавлении точек $x^i(t_1)$ к набору $\{x^n\}$ полученному на предыдущих этапах. В первом варианте алгоритма задача поиска каждой добавляемой точки состоит в решении максиминной задачи оптимального управления $x^* = \max_u \min_{i=\overline{1,n}} \rho_i$, где $\rho_i = ||x^i - x(t_1)||_2$. Для того чтобы при решении этой задачи было возможно использовать методы оптимизации, рассчитанные на гладкие функционалы, предложены варианты гладкой аппроксимации дискретного максиминного функционала. После завершения каждого этапа оптимизации будет получено промежуточное решение, поэтому дополнительным критерием остановки этого алгоритма может служить затраченное на вычисления время. Второй алгоритм основывается на минимизации непрерывной функции $x^* = \min_u \sum_{i=1}^{nb} S(\rho_i)$ зависящей от расстояния между точками, которая определяется так, чтобы быть равной нулю, если ρ_i больше желаемого порогового значения, равной достаточно большому числу при $\rho_i = 0$, и монотонно убывать в промежутке. Тот факт, что заранее известна нижняя оценка оптимального значения функционала, позволяет существенно экономить вычислительное время при использовании стохастических алгоритмов глобальной оптимизации, останов алгоритма происходит при невозможности добавить точку удовлетворяющую условию равномерности. При числе точек аппроксимации порядка 10^2 результаты работы алгоритмов близки, однако при удачном выборе функции S второй алгоритм позволит получить решение быстрее, в то время как, при меньшем числе аппроксимирующих точек, первый алгоритм будет давать существенно более надежные результаты. Вычислительные эксперименты с предложенными алгоритмами проведены для двухмерных и трехмерных задач, получены результаты визуализации тестовых множеств достижимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каменев Г. К. Аппроксимация вполне ограниченных множеств методом глубоких ям. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 41:11 (2001), 1751–1760.

[1] Работа частично поддержана РФФИ (проект 14_01_31296_мол-а) и междисциплинарным интеграционным проектом СО РАН № 81