ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СОПРЯЖЕННЫХ ПАР СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПО ЗАДАННОМУ РЕШЕНИЮ [1]

А.С. Красников

Российский государственный социальный университет, Москва
e-mail: askrasnikov@gmail.com

В докладе рассматривается теорема о восстановлении параметров сопряженной пары систем линейных алгебраических уравнений по заданному решению с использованием интервального критерия.

Теорема. *Семейства матриц $A \in \mathbf{R}^{m\times n}$ и векторов $b \in \mathbf{R}^m$, $c \in \mathbf{R}^n$, гарантирующих, что заданные векторы $\bar{x} \in \mathbf{R}^n$ и $\bar{u} \in \mathbf{R}^m$ принадлежат множеству решений сопряженной пары систем линейных алгебраических уравнений*

$$\begin{cases} Ax = b, \\ u^\top A = c^\top, \end{cases}$$

и при этом выполняются условия $\|A\| \le \alpha$, $\|b\| \le \beta$, $\|c\| \le \gamma$, где $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$ могут быть построены по формулам

$$b = \lambda \frac{\bar{u}}{\bar{u}^\top \bar{u}} + \lambda \left(I_m - \frac{\bar{u}\bar{u}^\top}{\bar{u}^\top \bar{u}} \right) \Delta b, \ c = \lambda \frac{\bar{x}}{\bar{x}^\top \bar{x}} + \lambda \left(I_n - \frac{\bar{x}\bar{x}^\top}{\bar{x}^\top \bar{x}} \right) \Delta c, \ A = \frac{1}{\lambda} b c^\top,$$

где знаком $\|\cdot\|$ обозначена, в зависимости от контента, евклидова матричная или векторная норма, скалярный параметр λ вычисляется по правилу

$$\lambda \le \bar{\lambda} = \min\left(\frac{\alpha}{\bar{\alpha}}, \frac{\beta}{\bar{\beta}}, \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \right),$$

$$\bar{\beta} = \sqrt{\frac{1}{\bar{u}^\top \bar{u}} + \Delta b^\top \left(I_m - \frac{\bar{u}\bar{u}^\top}{\bar{u}^\top \bar{u}} \right) \Delta b}, \quad \bar{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{\bar{x}^\top \bar{x}} + \Delta c^\top \left(I_n - \frac{\bar{x}\bar{x}^\top}{\bar{x}^\top \bar{x}} \right) \Delta c}, \quad \bar{\alpha} = \bar{\beta} \cdot \bar{\gamma},$$

$\Delta b \in \mathbf{R}^m$, $\Delta c \in \mathbf{R}^n$ – произвольные векторы, I_m, I_n – единичные матрицы размерности m и n соответственно.

При этом $\|A\| = \lambda \cdot \bar{\alpha}$, $\|b\| = \lambda \cdot \bar{\beta}$, $\|c\| = \lambda \cdot \bar{\gamma}$.

В конце доклада проводится показательный численный эксперимент с модельным примером.

---

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-01-31318)