О НЕОГРАНИЧЕННЫХ РЕШЕНИЯХ ОДНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Н.А. Сидоров

Иркутский государственный университет, Иркутск
e-mail: sidorovisu@gmail.com

Рассматривается дифференциальное уравнение

$$B(t)\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + f(t) \tag{1}$$

с начальным условием

$$\lim_{t\to 0} B(t)x(t) = y_0, \tag{2}$$

$B(t)$, $A(t)$, $f(t)$- аналитические в окрестности нуля. Предполагается, что $B(0)-$ фредгольмов оператор, $\{\phi_1, \dots, \phi_n\}$- базис в $\mathrm{Ker}B(0)$, $\{\psi_1, \dots, \psi_n\}$- базис в $\mathrm{Coker}B(0)$.

$$\mathrm{Ker}B(0) \subseteq \bigcap_{i=0}^{k-1} \mathrm{Ker}B^{(i)}(0), \quad \det[\langle B_{(0)}^{(k)}\phi_i, \psi_j\rangle]_{i,j=\overline{1,n}} \neq 0,$$

$$\det[\lambda\langle B_{(0)}^{(k)}\phi_i, \psi_j\rangle - \langle A_{(0)}^{(k-1)}\phi_i, \psi_j\rangle]_{i,j=\overline{1,n}} \neq 0$$

при $\lambda = -k+1, -k+2, \dots$.
Если $k \geq 2$, то дополнительно предполагается, что

$$\mathrm{Ker}B(0) \subseteq \bigcap_{i=0}^{k-2} \mathrm{Ker}A^{(i)}(0), \quad \det[\langle A_{(0)}^{(k-1)}\phi_i, \psi_j\rangle]_{i,j=\overline{1,n}} \neq 0$$

Тогда справедлива

Теорема. *Начальная задача* (1), (2) *в проколотой окрестности* $0 < |t| < r$ *имеет в классе аналитических функций единственное решение. Решение представимо в виде ряда Лорана с полюсом порядка* $k-1$.

Если $k = 1$, то точка $t = 0$ будет устранимой особой точкой решения и мы приходим к известному результату (см., например, [1]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.А. Свиридюк, С.А. Загребина *Задачи Шоуолтера-Сидорова как феномен уравнений соболевского типа.* Известия ИГУ. сер. математика, 2010, т.3, №1, с. 104-125.