

О ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ ГЛОБАЛЬНОГО ПОИСКА В НЕВЫПУКЛЫХ ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ¹

М.В. Янулевич

Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск
e-mail: max@irk.ru

Рассматривается линейная управляемая система

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + b(u(t), t) \quad \forall t \in T = [t_0, t_1], \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

$$u(\cdot) \in \mathcal{U} = \{u(\cdot) \in L_\infty^r(T) \mid u(t) \in U \quad \forall t \in T\}, \quad (2)$$

где $A(\cdot)$ — $(n \times n)$ матричная функция с элементами $t \mapsto a_{ij}(t)$, $i, j = 1, 2, \dots, n$, непрерывными на $T := [t_0, t_1]$, U — компакт. Предполагается также, что вектор-функция $(u, t) \mapsto b(u, t)$ также является непрерывной по переменным $u \in \mathbb{R}^r$ и $t \in T$.

Исследуется следующая задача оптимального управления (ОУ):

$$(\mathcal{P}): \quad J(u) = F_1(x(t_1, u)) + \int_T F(x(t, u), t) dt \downarrow \min_u, \quad u(\cdot) \in \mathcal{U}. \quad (3)$$

Функции функции $x \mapsto F_1(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ и $(x, t) \mapsto F(x, t)$ из (3) являются д.с. функциями (функциями А.Д. Александрова, см. [1]) и, следовательно, представимы в виде разности двух выпуклых функций по переменной x (для каждого $t \in T$):

$$F_1(x) = g_1(x) - h_1(x), \quad F(x, t) = g(x, t) - h(x, t) \quad \forall x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n, \quad t \in T, \quad (4)$$

где $x \mapsto g_1(x)$, $x \mapsto h_1(x)$, $x \mapsto g(x, t)$ и $x \mapsto h(x, t)$ являются выпуклыми по x функциями для любого $t \in T$.

Следует отметить, что рассматриваемая задача ОУ (\mathcal{P}) является невыпуклой (см. [1,2]), и в ней могут существовать процессы, удовлетворяющие принципу максимума Понтрягина (ПМП), которые не являются глобально оптимальными. Эта невыпуклость порождается целевым функционалом $J(\cdot)$ задачи (\mathcal{P}) .

На основе условий глобальной оптимальности [1] предложен метод поиска глобально оптимальных процессов в задаче (\mathcal{P}) , который объединяет процедуру локального поиска и процедуру улучшения процесса, удовлетворяющего ПМП [2]. При определенных предположениях доказана теорема сходимости разработанного метода глобального поиска. Проведен вычислительный эксперимент, продемонстрировавший работоспособность и эффективность предложенного метода на серии тестовых задач с квадратичным невыпуклым целевым функционалом.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.S. Strekalovsky. *Global Optimality Conditions for Optimal Control Problems with Functions of A.D. Alexandrov*. — Journal of Optimization Theory and Applications. — 2013, V. 159, No. 6, pp. 297–321.
2. А.С. Стрекаловский, М.В. Янулевич. *Глобальный поиск в одной невыпуклой задаче оптимального управления*. — Известия РАН. Теория и системы управления. — 2013, Т. 52, № 6, С. 52–67.

¹Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-92201)