Линейно-квадратичная задача оптимального управления: седловой подход[1]

Е.В. Хорошилова

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, ВМК
e-mail: khorelena@gmail.com

В гильбертовом пространстве на конечном отрезке времени $[t_0, t_1]$ рассматривается линейно-квадратичная задача оптимального управления с фиксированным левым (x_0) и подвижным правым (x_1) концами траектории $x(\cdot)$:

$$(x_1^*, x^*(\cdot), u^*(\cdot)) \in \operatorname{Argmin}\Big\{ \langle S x_1^*, x_1\rangle + \int_{t_0}^{t_1} (\langle Q_1(t)x^*(t), x(t)\rangle + \langle Q_2(t)u^*(t), u(t)\rangle)dt \ \mid \tag{1}$$

$$A_1 x_1 \le a_1,\ x_1 \in \mathrm{R}^n, \tag{2}$$

$$\frac{d}{dt}x(t) = D(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) = x_0,\ x(t_1) = x_1^*, \tag{3}$$

$$x(\cdot) \in \mathrm{AC}^n[t_0, t_1],\ u(\cdot) \in \mathrm{U}\}, \tag{4}$$

$$\mathrm{U} = \{u(\cdot) \in \mathrm{L}_2^r[t_0, t_1] |\ \frac{1}{2}\|u(\cdot)\|^2_{L_2^r} \le \mathrm{C}^2\}. \tag{5}$$

При этом:

— целевой функционал (1) представляет собой сумму терминальной и интегральной компонент квадратичного вида;

— задача оптимизации (1) решается при дополнительных терминальных ограничениях (2);

— управляемая динамика системы линейна (3);

— фазовые траектории $x(\cdot)$ предполагаются непрерывными функциями из класса абсолютно непрерывных функций $\mathrm{AC}^n[t_0, t_1]$ (4);

— управления $u(\cdot)$ ограничены по норме $\mathrm{L}_2^r[t_0, t_1]$, т.е. интегрально (5);

— множество достижимости образует все R^n или его подпространство.

Требуется найти управление $u^*(\cdot) \in \mathrm{U}$ такое, чтобы отвечающая ему траектория $x^*(\cdot) \in \mathrm{AC}^n[t_0, t_1]$ соединила начальную точку x_0 с точкой минимума x_1^* целевого функционала на правом конце. Близкие постановки задачи и подходы к решению рассматривались в [1], [2].

В отличие от традиционного подхода, задача оптимального управления рассматривается не как задача оптимизации, а как седловая задача. Ее решением является седловая точка лагранжиана с компонентами: управление, фазовая и сопряженная к ней траектории, терминальные переменные. Для решения задачи предлагается седловой итеративный метод, доказывается его сходимость по всем компонентам седлового решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Антипин, Е.В. Хорошилова. *Линейное программирование и динамика.* — Тр. ИММ УрО РАН. — 2013, т. 19, №2, с. 7-25.

2. Elena V. Khoroshilova. *Extragradient-type method for optimal control problem with linear constraints and convex objective function.* — Optim. Lett. — 2013, Vol. 7, № 6. p. 1193-1214.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12–01–00783) и Программы государственной поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4640.2014.1.)