

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (СИБСТРИН)»

На правах рукописи



Боева Василиса Андреевна

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ  
УСТОЙЧИВЫХ АЛГОРИТМОВ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ  
ДИНАМИКИ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

Специальность 1.2.2. Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Воскобойников Юрий Евгеньевич

Новосибирск – 2023

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Анализ проблемы и постановка задач идентификации .....</b>	<b>15</b>
1.1. Предметная область, модели и задачи .....	16
1.1.1. Характеристика предметной области .....	16
1.1.2. Математические модели динамических объектов .....	17
1.1.3. Задача идентификации переходных характеристик .....	20
1.2. Натурная модель системы обеспечения микроклимата .....	22
1.3. Имитационные динамические модели элементов теплообменных систем .....	32
1.3.1. Модель теплообменника.....	33
1.3.2. Модель конденсатора типа 80-КЦС-1 .....	36
1.4. Постановка задач непараметрической идентификации.....	37
1.4.1. Задача идентификации динамики линейных объектов и их специфика.....	38
1.4.2. Задача идентификации динамики нелинейных объектов и их специфика.....	44
1.4.3. Основные подходы к фильтрации зашумлённых данных .....	50
1.5. Выводы .....	53
<b>Глава 2. Идентификация динамики линейных объектов на основе интегральных уравнений Вольтерра .....</b>	<b>55</b>
2.1. Задача идентификации переходных процессов теплообмена элементов системы «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение».....	56
2.2. Алгоритмы фильтрации зашумлённых данных в задачах идентификации .....	58
2.2.1. Пороговый алгоритм вейвлет-фильтрации.....	59
2.2.2. Локально-пространственный комбинированный фильтр .....	64
2.3. Сглаживающий кубический сплайн в задачах устойчивого дифференцирования зашумлённых данных.....	66
2.3.1. Сглаживающий кубический сплайн .....	66
2.3.2. Вычисление коэффициентов сглаживающего кубического сплайна.....	69
2.3.3. Оценивание оптимального параметра сглаживания при заданной дисперсии шума измерений .....	72
2.3.4. Оценивание оптимального параметра сглаживания при неизвестной дисперсии шума измерений .....	75
2.3.5. Эффективность сглаживающего кубического сплайна в задаче дифференцирования зашумлённых данных .....	79

2.4. Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации при ступенчатом входном воздействии .....	82
2.5. Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации при произвольном входном воздействии .....	85
2.6. Результаты идентификации переходных процессов теплообмена в системе «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение».....	90
2.7. Выводы .....	101
<b>Глава 3. Идентификация динамики нелинейных объектов на основе квадратичного полинома Вольтерра.....</b>	<b>103</b>
3.1. Задача идентификации динамики теплообменника.....	104
3.2. Задача идентификации динамики конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт .....	106
3.3. Устойчивое вычисление производных второго порядка сглаживающим бикубическим сплайном .....	107
3.3.1. Построение сглаживающего бикубического сплайна .....	107
3.3.2. Выбор параметров сглаживания бикубического сплайна при заданной дисперсии шума измерений .....	111
3.3.3. Выбор параметров сглаживания бикубического сплайна при неизвестной дисперсии шума измерений .....	113
3.3.4. Сравнение алгоритмов выбора скалярного и векторного параметров сглаживания .....	114
3.4. Устойчивый алгоритм идентификации переходных характеристик в моделях нелинейных динамических объектов .....	118
3.5. Результаты вычислительного эксперимента по идентификации динамики теплообменника.....	121
3.6. Результаты вычислительного эксперимента по идентификации динамики конденсатора типа 80-КЦС-1 .....	133
3.7. Выводы .....	137
<b>Глава 4. Программное обеспечение для решения задач идентификации.....</b>	<b>139</b>
4.1. Характеристика программного обеспечения .....	140
4.2. Программная реализация численных методов и алгоритмов .....	144
4.2.1. Пакет модулей локально-пространственной фильтрации для функций одной и двух переменных .....	144
4.2.2. Пакет модулей построения сглаживающего кубического сплайна для функции одной переменной .....	148

4.2.3. Пакет модулей построения сглаживающего бикубического сплайна для функции двух переменных .....	153
4.3. Программно-вычислительный комплекс «Идентификация динамики линейных объектов».....	156
4.4. Программно-вычислительный комплекс «Идентификация динамики нелинейных объектов».....	159
4.5. Выводы .....	162
<b>Заключение.....</b>	<b>163</b>
<b>Список сокращений и условных обозначений .....</b>	<b>165</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>166</b>
<b>Приложение А. Акты внедрения результатов диссертационного исследования.....</b>	<b>185</b>
<b>Приложение Б. Список научных проектов по теме диссертационного исследования, поддержанных грантами.....</b>	<b>189</b>
<b>Приложение В. Список конференций, на которых были представлены результаты диссертационного исследования .....</b>	<b>190</b>
<b>Приложение Г. Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ. ....</b>	<b>193</b>

## Введение

**Актуальность и степень разработанности темы исследования.** Одним из наиболее перспективных направлений исследований в области динамики энергетических объектов является разработка эффективных численных методов построения и проверки адекватности и математических моделей, что позволяет в дальнейшем осуществлять управление функционированием и оптимизацию режимов энергетических систем. Существенный вклад в эти исследования внесли ведущие учёные Института систем энергетики им. Л.А. Мелентьева (ИСЭМ) СО РАН Л.А. Мелентьев, Ю.Н. Руденко, Н.И. Воропай, В.А. Стенников, Д.В. Соколов, В.Г. Курбацкий, Н.Н. Новицкий, Л.В. Массель [79; 88; 89; 98; 121; 123; 126; 154; 166; 174].

Управление динамикой локально выделенных элементов энергетических систем связано с построением адекватных математических моделей и разработкой эффективных численных методов решения обратных измерительных задач, подразумевающих восстановление сигналов, характеристик, процессов на основе интерпретации и обработки экспериментальных данных, поступающих в процессе измерений. Основы теории и методов решения обратных и некорректных задач заложили А.Н. Тихонов [168; 172], М.М. Лаврентьев [103–105] и В.К. Иванов [86; 87] и продолжили в своих трудах В.В. Васин, А.С. Леонов, А.В. Гончарский, А.Г. Ягола, С.И. Кабанихин, В.Г. Романов, Ю.Е. Аниконов, А.М. Денисов, Н.W. Engl, P.C. Hansen, F.D.M. Neto [34; 73; 80; 91; 92; 106; 133; 168; 169; 171; 184; 189; 197; 216; 218]. Обратные измерительные задачи возникают повсеместно и широко распространены в областях математической физики, геофизики, приборостроения, радиолокации, астрономии, медицинской и промышленной томографии, акустики, гравиметрии, дефектоскопии, обработки цифровых сигналов и изображений, метрологии и др.

К классу обратных измерительных задач относятся рассматриваемые в диссертационной работе задачи непараметрической идентификации динамики элементов теплоэнергетических систем. Задача непараметрической идентификации тесно связана с проектированием систем автоматического управления техническими объектами, что является одной из наиболее актуальных задач современного системного анализа. Этап идентификации переходных характеристик динамического объекта очень важен, поскольку на его основе в дальнейшем производится численное моделирование процесса управления. основополагающие работы по теории и методам идентификации представлены в классических трудах А.М. Дейча [78], Л. Льюнга [108], П. Эйкхоффа [180], Н.С. Райбмана [82; 146], Я.З. Цыпкина [178] и продолжаются в исследованиях Ю.Е. Воскобойникова [41; 46; 48; 59; 60; 63], Ю.С. Попкова [141], Н.Н. Бахтадзе [19], W. Greblicki [194]. Методы математического моделирования и

идентификации математических моделей теплообменных систем исследуются в работах А.А. Самарского [219], О.М. Алифанова [5], Ю.Я. Кувшинова [102], Р.Ш. Мансурова [113–115]. Среди современных работ обширные исследования по численному моделированию, оптимизации и идентификации параметров сложных теплоэнергетических систем также представлены в трудах учёных ИСЭМ СО РАН Э.А. Таирова [8; 162; 222; 225], А.М. Клера, В.Э. Алексеюка и А.С. Максимова [4; 98; 99; 205; 206].

В работах [38; 39] отмечается, что при описании математических моделей динамических объектов в форме дифференциальных уравнений невозможно учесть ряд их свойств, а для некоторых задач такие уравнения принципиально неприменимы, и в этом случае переходят к использованию интегральных моделей. Более универсальные интегральные модели приобретают всё большую популярность для описания и изучения процессов динамических систем и объектов и успешно выступают в качестве приложений в энергетике. Обширные исследования интегральных динамических моделей и их приложение в различных областях представлены в работах В.С. Сизикова [38; 152]. Применение аппарата неклассических интегральных уравнений вольтерровского типа при построении моделей электроэнергетических систем (ЭЭС) и их элементов впервые рассматривается в работах А.С. Апарцина и А.М. Тришечкина [9; 10; 12] и продолжается в работах Д.Н. Сидорова [148; 149]. Стоит отдельно выделить работы С.В. Солодуши [156; 158–160], в которых строятся математические модели нелинейных теплообменных элементов на базе квадратичного и кубического полиномов Вольтерра. Математические модели теплоэнергетических объектов, рассматриваемых в диссертации, сводятся к интегральным уравнениям типа Вольтерра I рода, решение которых является некорректно поставленной задачей.

Для получения устойчивых решений таких уравнений требуется применение специальных методов регуляризации. Теория регуляризации решения интегральных уравнений I рода получила существенное развитие в трудах В.Я. Арсенина, А.Л. Агеева, В.П. Тананы, А.С. Апарцина, А.Б. Бакушинского, В.А. Морозова, Г.В. Хромовой [1–3; 9–11; 14–16; 18; 35; 124; 127; 163; 164; 176]. Несмотря на то, что существуют традиционные хорошо исследованные регуляризирующие алгоритмы (РА), такие как методы регуляризации Тихонова, Лаврентьева, Денисова, метод  $h$ -регуляризации Апарцина-Бакушинского, метод квазирешения Иванова, методы фильтрации Калмана-Бьюси и Винера, методы дискретизации, методы статистической регуляризации и др., они обладают известными недостатками, которые не позволяют использовать их для решения практических задач идентификации энергетических объектов. Во-первых, при задании входных и выходных сигналов идентифицируемой системы со случайной ошибкой не учитываются случайные шумы измерений, во-вторых, возникает проблема выбора параметра регуляризации при неизвестных

статистических характеристиках шума измерений. Предложенные в последнее время РА, в частности, обобщённый метод невязки, применимы лишь в традиционном случае наличия детерминированной априорной информации как о погрешностях задания исходных данных, так и о самом решении. Однако, при решении большинства практических задач это условие невыполнимо. Применение общих подходов к решению практических задач идентификации часто не может обеспечить адекватность модели реальному объекту, поэтому оно невозможно без известной адаптации к особенностям прикладных задач идентификации. В связи с этим разработка новых устойчивых алгоритмов идентификации, позволяющих учитывать специфику практических задач, является весьма актуальной областью как для фундаментальных, так и для прикладных исследований.

**Цель диссертационной работы:** разработка математических моделей рассматриваемых в работе стационарных теплоэнергетических объектов; построение и исследование устойчивых алгоритмов непараметрической идентификации динамики стационарных линейных и нелинейных теплоэнергетических объектов в условиях неполной априорной информации, способных учитывать специфические особенности практических задач.

**Задачи диссертационной работы,** которые были сформулированы и решены для достижения поставленной цели:

1) построение математических моделей элементов климатической системы, конвективного теплообменника и конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока электростанции на основе интегральных уравнений вольтерровского типа;

2) построение аппарата сглаживающего кубического и бикубического сплайнов (СКС и СБС) при соответствующих краевых условиях (КУ) с эффективным выбором параметра сглаживания для устойчивого вычисления производных первого и второго порядка от зашумлённых входного и выходного сигналов идентифицируемых объектов;

3) разработка устойчивых алгоритмов непараметрической идентификации для линейных стационарных динамических объектов при двух типах входных воздействий: ступенчатом и произвольной формы;

4) разработка устойчивого алгоритма непараметрической идентификации для нелинейных детерминированных динамических объектов;

5) математическое моделирование, проверка адекватности построенных математических моделей и апробация разработанных алгоритмов идентификации при решении практических задач по данным натурального эксперимента и имитационного моделирования в приложении к объектам теплоэнергетики;

6) реализация разработанных эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для моделирования и численного

исследования процесса идентификации теплоэнергетических объектов при проведении вычислительного эксперимента.

**Объект исследования:** линейная система обеспечения микроклимата «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение» и нелинейные элементы теплоэнергетических систем на примерах теплообменника и конденсатора энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт в условиях неполной априорной информации.

**Предметами исследования** являются математические модели, вычислительные алгоритмы и программные средства идентификации и моделирования динамики стационарных объектов на основе интегральных моделей вольтерровского типа.

**Методология и методы исследования:** аппарат вычислительной математики и линейной алгебры; теория и методы решения некорректно поставленных задач и идентификации динамических систем; методы математического моделирования; методы обработки экспериментальных данных; элементы теории интегральных уравнений; элементы теории регуляризации.

**Достоверность научных результатов исследования** подтверждается соответствием разработанных теоретических положений и результатов вычислительных экспериментов, адекватностью используемых в работе математических моделей теплоэнергетических объектов, адекватностью и корректным использованием применяемого математического аппарата; продемонстрирована при решении модельных задач и при расчётах с реальными экспериментальными данными.

**Обоснование научных результатов исследования** требовало применения аппарата вычислительной математики, линейной алгебры, численных методов дифференцирования и решения интегральных уравнений, теории обработки экспериментальных данных. Теоретические положения получены на основании строгих математических выкладок. Устойчивость предлагаемых алгоритмов обеспечивается фильтрацией исходных зашумлённых данных задачи идентификации, а также вычислением производных для экспериментальных зашумлённых сигналов на основе сглаживающего сплайна с эффективным подбором параметра сглаживания.

**Научная новизна диссертационной работы** отображается в следующих основных результатах.

1. Предложена эффективная методика устойчивого вычисления производных первого и второго порядка на основе аппаратов СКС и СБС. Сформирован новый тип КУ – комбинированные КУ, позволяющие максимально учитывать специфические особенности обрабатываемых сигналов. Модифицированы алгоритмы оценивания оптимального параметра



сглаживания сплайна в зависимости от наличия или отсутствия априорной информации о числовых характеристиках шумов измерений в сигналах идентифицируемой системы.

2. Введены новые понятия скалярного и векторного параметров сглаживания для СБС. Разработана модификация метода L-кривой для оценивания оптимальных значений скалярного и векторного параметров сглаживания сплайна при неизвестных числовых характеристиках шума измерений в зарегистрированном сигнале.

3. Разработаны новые устойчивые алгоритмы непараметрической идентификации для линейных стационарных динамических объектов при ступенчатом и произвольном входных воздействиях и для нелинейных детерминированных динамических объектов, которые учитывают специфические особенности практических задач идентификации.

4. Исследована целесообразность, предложены методы и даны рекомендации относительно проведения этапов предобработки исходных зашумлённых данных в задаче идентификации и постобработки полученных решений.

5. Разработаны комплексы проблемно-ориентированных программ для решения практических задач идентификации переходных характеристик динамических объектов и проведения вычислительного эксперимента на основе данных натурального эксперимента и имитационного моделирования.

#### **Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Новые устойчивые алгоритмы непараметрической идентификации: Алгоритм-1 для линейных стационарных динамических объектов при ступенчатом входном воздействии, Алгоритм-2 для линейных стационарных динамических объектов при произвольном входном воздействии, Алгоритм-3 для нелинейных детерминированных динамических объектов, способные учитывать специфические особенности практических задач идентификации.

2. Способы учёта специфических особенностей при обработке экспериментальных данных и решении практических задач идентификации динамики теплоэнергетических объектов: задание комбинированных КУ при построении сглаживающего сплайна; оценивание скалярного и векторного оптимальных параметров сглаживания сплайна на основе модифицированного метода L-кривой; предобработка зашумлённых данных задачи идентификации и постобработка найденных решений.

3. Реализация вычислительных методов и алгоритмов идентификации в виде проблемно-ориентированных программных комплексов, включающих пакеты модулей библиотечного типа и прикладные программно-вычислительные комплексы (ПВК) для решения практических задач идентификации и проведения вычислительного эксперимента на основе данных натурального эксперимента и имитационного моделирования.

4. Результаты математического моделирования и проверки адекватности выбранных математических моделей теплоэнергетических объектов. Апробация разработанных алгоритмов идентификации при решении практических задач идентификации динамики теплоэнергетических объектов на основе данных натурального эксперимента и имитационного моделирования.

**Соответствие диссертации паспорту специальности.** Содержание диссертационной работы соответствует паспорту научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки) по следующим пунктам.

П. 3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (положение 3, выносимое на защиту).

П. 4. Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели (положения 1, 4, выносимые на защиту).

П. 9. Постановка и проведение численных экспериментов, статистический анализ их результатов, в том числе с применением современных компьютерных технологий (технические науки) (положения 1, 2, 4, выносимые на защиту).

В диссертации присутствуют оригинальные результаты из трёх областей:

1. Математическое моделирование. Математические модели элементов системы обеспечения микроклимата «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение».

2. Численные методы. Новые устойчивые алгоритмы непараметрической идентификации для линейных стационарных динамических объектов при ступенчатом и произвольном входных воздействиях и для нелинейных детерминированных динамических объектов, которые учитывают специфические особенности практических задач идентификации. Методика устойчивого вычисления производных первого и второго порядка на основе СКС и СБС.

3. Комплексы программ. Комплексы проблемно-ориентированных программ для решения практических задач идентификации переходных характеристик динамических объектов с помощью предложенных алгоритмов и проведения вычислительного эксперимента на основе данных натурального эксперимента и имитационного моделирования.

**Теоретическая ценность диссертационной работы.** В работе развиваются теоретические основы методов решения некорректно поставленных задач непараметрической идентификации в условиях неполной априорной информации. Введены новые типы КУ для построения СКС и СБС и соответствующие им матрицы коэффициентов сплайна. Введены новые понятия скалярного и векторного параметров сглаживания. На основе модифицированного метода L-кривой построен алгоритм оценивания скалярного и векторного

оптимальных параметров сглаживания СБС. Разработаны новые устойчивые алгоритмы непараметрической идентификации переходных характеристик стационарных динамических объектов при различных типах входных и выходных сигналов идентифицируемого объекта.

**Практическая ценность диссертационной работы.** Выявлены специфические особенности и сложности возникающих на практике задач непараметрической идентификации динамики теплоэнергетических объектов. Разработаны способы учёта специфики практических задач идентификации, которые можно использовать как в комплексе, так и по отдельности для каждой конкретной задачи. Сформулированы практические рекомендации по выбору КУ при построении сплайна, оцениванию оптимального параметра сглаживания сплайна, а также касательно целесообразности и методов проведения предобработки зашумлённых исходных данных задачи идентификации и постобработки найденных решений. Всё это повышает точность решения практических задач непараметрической идентификации, что, в свою очередь, приводит к повышению эффективности моделирования в различных режимах работы теплоэнергетических объектов.

Разработано программное обеспечение для реализации модифицированных методик и построенных алгоритмов идентификации.

Эффективность работы предложенных алгоритмов идентификации доказана при решении практических задач: идентификации переходных процессов теплообмена элементов системы обеспечения микроклимата (СОМ) в помещении; прогнозирования реакции теплового потока элементов СОМ на скачкообразное изменение входной мощности воздухонагревателя; идентификации динамики изменения энтальпии на выходе из теплообменника; идентификации динамики изменения давления на выходе из конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт.

**Реализация диссертационной работы.** Результаты исследований в рамках диссертационной работы и её материалы используются:

- в отделе измерений времени и частоты Западно-Сибирского филиала Федерального государственного унитарного предприятия «Всероссийского научно-исследовательского института физико-технических и радиотехнических измерений» («ВНИИФТРИ») при выполнении НИР «ГЕОТЕХ-КВАНТ-Синхронизация» в задаче хронометрического нивелирования для обработки результатов частотно-временных измерений, имеющих высокий уровень шумов,

- в лаборатории № 3 акционерного общества «Институт прикладной физики» («ИПФ») в рамках выполнения инициативной НИР «Снайпер-М» в прикладных научных исследованиях в части математического и программного обеспечения решения задачи устойчивого вычисления первой и второй производных по зашумлённым экспериментальным данным,

- в учебном процессе ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)» («НГАСУ (Сибстрин)») при проведении лекционных и практических занятий по дисциплинам: «Специальные разделы математики» при подготовке магистров по направлению 09.04.02 Информационные системы и технологии; «Обработка экспериментальных данных, планирование эксперимента, построение математической модели», «Устойчивые методы идентификации динамических объектов» при подготовке аспирантов по направлению 08.06.01 Техника и технология строительства,

- в учебном процессе ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет» («НГТУ») при проведении лекционных и практических занятий по дисциплине «Случайные процессы в системах автоматического управления» при подготовке магистров по направлению 27.04.04 Управление в технических системах, что подтверждается актами о внедрении.

Основные результаты диссертационной работы получены при поддержке гранта РФФИ № 20-38-90041. Построение алгоритма идентификации динамики нелинейных объектов с помощью СБС выполнено при проведении совместных научных исследований с ИСЭМ СО РАН в рамках проекта РНФ № 22-21-00409. Практические результаты работы по идентификации переходных характеристик теплообмена в СОМ используются при выполнении совместных научных исследований с кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции «НГАСУ (Сибстрин)» в рамках выполнения тематических планов и внутреннего гранта. Акты внедрения результатов диссертационного исследования представлены в Приложении А. Список научных проектов по теме диссертационного исследования, поддержанных грантами, представлен в Приложении Б.

**Апробация диссертационной работы.** Результаты диссертационного исследования и материалы работы:

- обсуждались на научных семинарах кафедры прикладной математики «НГАСУ (Сибстрин)» (руководитель семинара – д.ф.-м.н., проф. Ю.Е. Воскобойников), кафедры теплогазоснабжения и вентиляции «НГАСУ (Сибстрин)» (руководитель семинара – к.т.н., доц. Р.Ш. Мансуров); на XVI Всероссийском семинаре с международным участием «Динамика многофазных сред»; на научно-техническом семинаре «ВНИИФТРИ» (руководитель семинара – д.т.н., проф. А.С. Толстиков);

- докладывались на конференциях всероссийского уровня: научно-практическая конференция «Актуальные вопросы архитектуры и строительства» (г. Новосибирск, 2017-2019 гг.), научная конференция молодых учёных «Наука. Технологии. Инновации» (г. Новосибирск, 2019-2021 гг.), научная конференция «Моделирование, планирование и статистический анализ экспериментов для сложных многофакторных объектов» памяти

*В.И. Денисова* (г. Новосибирск, 2020 г.); международного уровня: научная конференция перспективных разработок молодых учёных «*Наука молодых – будущее России*» (г. Курск, 2019-2021 гг.), научно-техническая конференция «*Актуальные вопросы архитектуры и строительства*» (г. Новосибирск, 2020-2022 гг.), молодёжная научная школа-конференция «*Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач*» (г. Новосибирск, 2020 г.), научно-практическая конференция «*The new science: theoretical and practical view*» (г. София, Болгария, 2020 г.), научно-практическая конференция «*Современные материалы, техника и технология*» (г. Курск, 2020-2021 гг.), научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «*Научная сессия ТУСУР*» (г. Томск, 2021 г.), семинар с международным участием «*Неустойчивые задачи вычислительной математики – 2022*» (г. Иркутск, 2022 г.);

- были многократно отмечены призовыми местами на конференциях и конкурсах научно-исследовательских работ, а также стипендиями мэрии г. Новосибирска (2020/21 уч. г.) и Президента РФ (2021/22 уч. г.).

Полный список конференций, на которых докладывались результаты диссертационного исследования, представлен в Приложении В.

**Личный вклад соискателя.** Для заимствований, содержащихся в тексте диссертации, приводятся ссылки на первоисточник.

В исследованиях, проводимых в соавторстве с Ю.Е. Воскобойниковым, соискателю принадлежит участие в постановке задач, описании математических моделей, разработке эффективных численных методов и алгоритмов и их программной реализации, проведении вычислительных экспериментов, проверке адекватности математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента и имитационного моделирования, обработке и интерпретации результатов вычислительных экспериментов и натуральных исследований, описании теоретической и экспериментальной частей исследования.

В исследованиях, проводимых в соавторстве с Р.Ш. Мансуровым, соискателем выполнено построение математических моделей элементов климатической системы «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение», программная реализация численных методов и алгоритмов идентификации динамических характеристик системы и сглаживания экспериментальных данных, проведение и описание результатов вычислительных экспериментов по идентификации и сглаживанию данных в системе, проверка адекватности математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента.

В совместной публикации с Ю.Е. Воскобойниковым, С.В. Солодушей, Е.В. Марковой и Е.Д. Антипиной соискателем проведены и описаны результаты вычислительных

экспериментов по идентификации квадратичного ядра с помощью СКС при точно заданных и зашумлённых исходных данных.

Программная реализация ПВК «Идентификация динамики линейных объектов», «Идентификация динамики нелинейных объектов» и прикладного пакета «Идентификация переходных процессов теплообмена в системе обеспечения микроклимата» [24] выполнена соискателем лично.

**Публикации по теме диссертационного исследования.** Основное содержание и результаты диссертационного исследования опубликованы в 38 статьях, из них: 2 – в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК по научной специальности 1.2.2.; 10 – в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК по другим специальностям; 2 – в изданиях, индексируемых базами WoS/Scopus; 2 – в трудах конференций, индексируемых базами WoS/Scopus; 22 – в иных изданиях. Получено 4 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ. В Приложении Г представлены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

**Структура и объём диссертационной работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы из 239 наименований, четырёх приложений на 12 листах. Основной текст диссертации содержит 184 страницы, в том числе 92 рисунка, 13 таблиц.

## Глава 1. Анализ проблемы и постановка задач идентификации

Данная глава носит обзорно-постановочный характер.

В п. 1.1 приводится характеристика предметной области применения методов натурального и имитационного моделирования, описываются динамические свойства исследуемых объектов, конкретизируются используемые в работе математические модели и решаемые задачи идентификации. Представлен краткий обзор математических моделей, используемых при решении задач энергетики.

В п. 1.2 приводится описание натурной модели системы обеспечения микроклимата «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение». Рассматриваются параметры системы и характеристики, определяемые в качестве исходных данных при решении задач идентификации. Представлен анализ переходных процессов элементов системы при различных режимах работы. На основе априорной информации о системе и её поведении строятся математические модели исследуемых объектов.

В п. 1.3 приводится описание имитационных моделей нелинейных динамических элементов теплообменных систем: модели теплообменника, модели конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт. Рассматриваются параметры исследуемых объектов и характеристики, определяемые в качестве исходных данных при решении задач идентификации. На основе априорной информации об элементах и их характеристиках строятся их математические модели.

Рассматриваемые натурная и имитационные модели принимаются в качестве эталонных и будут использоваться для верификации и анализа эффективности разрабатываемых алгоритмов идентификации.

В п. 1.4 приводится описание интегральных моделей исследуемых динамических объектов, выполняется постановка задач идентификации, рассматриваются трудности и специфика решения таких задач. Вводятся модели шумов измерений, которые будут использоваться в работе. Дан краткий анализ существующих алгоритмов фильтрации зашумлённых данных с обоснованием выбора используемых в данной работе методов. Кратко обсуждаются новые и модифицированные эффективные численные методы, алгоритмы и понятия, предлагаемые для решения поставленных задач.

В п. 1.5 перечислены выводы по результатам первой главы.

## 1.1. Предметная область, модели и задачи

В параграфе приводится характеристика предметной области применения методов натурального и имитационного моделирования, даётся краткий обзор математических моделей динамических объектов и выбираются модели для описания исследуемых теплоэнергетических объектов, а также конкретизируются решаемые для них задачи идентификации.

### 1.1.1. Характеристика предметной области

В работе [129] отмечается, что «бесконечное многообразие реальных динамических систем и объектов исключает возможность их исчерпывающей классификации, но позволяет классифицировать их с различной степенью полноты по отдельным признакам». Опираясь на современную классификацию по основным признакам, приведённую в работах [81; 137], определим класс исследуемых динамических объектов.

Предметную область диссертационного исследования представляют динамические объекты, характеризующиеся следующими свойствами:

- линейные и нелинейные;
- стационарные;
- с сосредоточенными параметрами;
- дискретные;
- одномерные, имеющие один вход  $x(t)$  и один выход  $f(t)$ ;
- детерминированные, реакция которых  $f(t)$  на одно и то же входное воздействие  $x(t)$  неизменна.

Системы энергетики зачастую многомерны и характеризуются сложностью протекающих в них физических процессов, поэтому приведёнными свойствами обладает довольно широкий спектр ЭЭС. Согласно принципам иерархического моделирования, активно развиваемым в настоящее время в области энергетики ведущими учёными ИСЭМ СО РАН, в исходной постановке задачи управления комплексными энергетическими системами практически нереализуемы. С другой стороны, чрезмерное упрощение при построении модели такой системы может привести к неадекватному представлению реального объекта исследований. Иерархический подход, основные принципы которого подробно изложены в работе [88], в числе прочего позволяет определить иерархию взаимосвязанных моделей



исследуемой многомерной системы и выделить подзадачи для решения сложных многомерных задач обоснования развития и управления функционированием системы энергетики.

Исследуемые в работе в качестве приложений теплоэнергетические объекты рассматриваются на нижнем уровне структурной схемы энергетической системы, включающем управление динамикой локально выделенных элементов, и характеризуются следующими динамическими свойствами:

- инерционность;
- однонаправленность связи между входом  $x(t)$  и выходом  $f(t)$ ;
- для объекта учитываются динамические характеристики типа «вход-выход»;
- выход объекта  $f(t)$  определяется его внутренним, изменяющимся во времени  $t \in [t_0, T]$  состоянием и влиянием аддитивных внешних воздействий.

### 1.1.2. Математические модели динамических объектов

На этапе построения математической модели необходимо не только учитывать свойства рассматриваемых динамических объектов, но и обеспечить адекватность модели реальному объекту, требуемое быстродействие, конечномерность, приемлемые в практическом смысле точность и степень сложности модели исходя из имеющихся средств моделирования [17], а также возможность внешнего управления входными воздействиями и проведения активной идентификации.

Традиционное построение математических моделей для описания динамических процессов и состояний технических систем и объектов, включая объекты энергетики, предполагает применение обыкновенных дифференциальных уравнений или дифференциальных уравнений в частных производных. Тем не менее, как показано в работах [38; 39], некоторые свойства математических моделей сложно учесть при описании в форме дифференциальных уравнений, а для ряда задач такие уравнения принципиально неприменимы (задачи, которые в естественной постановке описываются интегральными уравнениями, задачи восстановления сигналов и идентификации, моделирование и управление нестационарными системами и системами с распределёнными параметрами). В работе [96] отмечается, что дифференциальные уравнения не учитывают «явление последействия, возрастную структуру и сроки службы генерирующего оборудования ЭЭС», а также накладывают определённые ограничения на гладкость функций, не допуская существования разрывных решений [29; 128].

В настоящее время для описания и изучения процессов динамических систем и объектов активно применяют более универсальные интегральные модели, успешно выступающие в качестве приложений в естественных и технических науках, инженерной практике, медицине, экономике и многих других областях [12; 22; 71; 72; 101; 122; 135; 138; 156; 158; 182; 198]. Популярность интегральных моделей при решении задач обработки экспериментальных данных, теории автоматического регулирования, фильтрации сигналов и изображений, оптимизации функционирования макроэкономических систем, вычислительной томографии обусловлена «общностью данного подхода с одной стороны и одновременной возможностью чёткой содержательной интерпретации – с другой» [96]. Обширный обзор интегральных уравнений, моделей и их приложения в различных областях приводится в работах [38; 148].

Использование динамических интегральных моделей берёт начало с введения интегральной экономической модели Л.В. Канторовича [95], построенной на основании модели Р. Солоу [223; 224], и модели макроэкономики В.М. Глушкова [71], описанной системой интегральных уравнений с переменными пределами интегрирования. Применение аппарата неклассических интегральных уравнений вольтерровского типа при построении моделей ЭЭС впервые рассматривается в работах А.С. Апарцина и А.М. Тришечкина [9; 10; 12]. В работе Е.В. Марковой [120] на основе скалярных уравнений вольтерровского типа построена высокоагрегированная модель развития генерирующих мощностей электростанций. В работах М.Н. Ботороевой и М.В. Булатова [29; 30] показано построение математической модели долгосрочного развития ЭЭС на основе интегро-алгебраических уравнений с переменными пределами интегрирования. В работах В.В. Труфанова и И.В. Карауловой [90; 96; 134; 179] совершенствуется интегральная модель развития генерирующих мощностей ЭЭС с разделением по типам оборудования. В работах С.В. Солодуши [156–159] строятся математические модели нелинейных элементов тепло- и электроэнергетических установок на базе квадратичного и кубического полиномов Вольтерра. Построение функционально-полиномиальных регрессионных моделей Вольтерра показано в работах [190; 202; 235]. В работах [38; 93; 194] рассматривается построение и область применимости интегральных моделей на основе уравнений Винера, Гаммерштейна и Винера-Гаммерштейна. В работе [100] строится модель класса Винера нелинейной системы с насыщением. В монографии Д.Н. Сидорова [148] отмечается, что «интегральные уравнения Вольтерра используются для моделирования причинных динамических систем с памятью», а также показаны модели в виде интегральных уравнений Фредгольма. В частности, двумерное интегральное уравнение Фредгольма I рода определено как одна из базовых моделей в обработке изображений, а в работе [200] продемонстрировано использование интегральных моделей Фредгольма для восстановления изображений в случае атмосферных турбулентностей.

К достоинствам интегральных уравнений Вольтерра относят компактность при описании динамических систем, широкий класс допустимых решений, включая разрывные, естественное практическое содержание (ядра интегральных операторов трактуются как реакции системы на типовые входные сигналы) и высокую устойчивость численной реализации. Интегральные модели вольтерровского типа и их дискретные аналоги хорошо зарекомендовали себя в задачах анализа и мониторинга динамических процессов технических систем [36; 138; 142; 215], в задачах идентификации динамических характеристик технических систем и восстановления сигналов [63; 64; 138; 211], при фильтрации зашумлённых сигналов и изображений [42; 66; 74; 125; 203], в задачах теории автоматического управления [31; 68; 81], в задачах редукции измерений и наблюдений и спектроскопии [151; 152], в обратных измерительных задачах атмосферной оптики и космической физики [73; 173], при реализации генетических алгоритмов для описания стохастических ЭЭС [70; 97], в задачах вычислительной томографии [136; 175]. Построение математических моделей линейных и нелинейных объектов теплоэнергетики на основе интегральных уравнений Вольтерра является перспективным и актуальным направлением исследований.

В случае, когда структура динамического объекта и принципы его работы неизвестны, очень сложны или неважны в рамках решения данной задачи, его математическую модель целесообразно представить в терминах «вход-выход», которая в общем случае принимает вид

$$F[x(t)] = f(t), \quad (1.1)$$

где  $F[\cdot]$  – непрерывный оператор, такой, что  $F[x(0)] = f(0)$ . Модель (1.1), которая предполагает, что состояние выхода  $f(t)$  функционально зависит от состояния входа  $x(t)$ , и отображает только связи выделенного объекта с внешней средой, без детализации его внутреннего устройства и протекающих в нём процессов, называется моделью типа «чёрный ящик». Схема модели представлена на Рисунке 1.1.

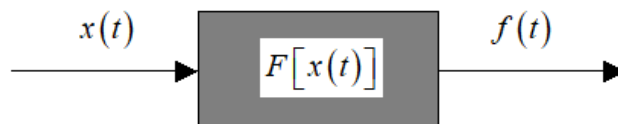


Рисунок 1.1 – Модель типа «чёрный ящик»

В данной работе для описания динамики линейных теплоэнергетических элементов СОМ используются аналитические модели типа «вход-выход» в форме интегральных уравнений типа Вольтерра I рода. Аналитические модели нелинейных теплоэнергетических объектов –

теплообменника и конденсатора – также строятся в терминах «вход-выход» на основе квадратичного полинома Вольтерра. Оператор  $F$  в случае рассматриваемых моделей реальных объектов неизвестен, из чего возникает задача идентификации.

### 1.1.3. Задача идентификации переходных характеристик

Задача идентификации с точки зрения причинно-следственных связей является обратной измерительной задачей и в общем случае сводится к определению неизвестного оператора  $F$  модели (1.1), преобразующего входное воздействие  $x(t)$  в выходную величину  $f(t)$ . Выделяют структурную, параметрическую и непараметрическую идентификацию. Несмотря на то, что методы параметрической идентификации хорошо изучены и весьма востребованы, они предполагают наличие априорной информации о структуре модели, которая на практике не всегда бывает известна, а подобрать её не всегда представляется возможным [147]. Непараметрическая идентификация тесно связана с одной из наиболее актуальных задач современного системного анализа – проектированием систем автоматического управления техническими объектами. Как известно, задачи идентификации переходных характеристик и восстановления входных сигналов являются частью задачи автоматического управления объектами. Начальный этап идентификации переходных характеристик динамического объекта очень важен и оказывает влияние на эффективность работы всей системы автоматического управления, поскольку на его основе в дальнейшем производится численное моделирование процесса управления.

В данной работе решаются задачи непараметрической идентификации переходных характеристик динамических объектов на основе экспериментальных исходных данных – измеренных значений входных и выходных сигналов.

Характеристики алгоритмов идентификации, разрабатываемых в данной работе:

1) модели объектов в терминах «вход-выход» описываются с помощью интегральных уравнений типа Вольтерра I рода. Подобные модели в задачах идентификации рассматриваются в работах [13; 24; 40; 150];

2) переходные характеристики динамических объектов представлены во временной области  $t \in [t_0, T]$ ;

3) при проведении вычислительного эксперимента допускается возможность управления входным сигналом модели динамического объекта. В качестве входных сигналов используются произвольные сигналы, обладающие достаточной гладкостью, и скачкообразные ступенчатые сигналы постоянной заданной амплитуды (типа функции Хевисайда). Следуя

терминологии, принятой в монографии [9], под амплитудой в данной работе следует понимать высоту сигнала. Скачкообразным считается сигнал, если его нарастание или угасание по длительности не превосходит  $0,1 \cdot T$  [132];

4) выходные сигналы исследуемых объектов также обладают достаточной гладкостью.

На Рисунке 1.2 представлена общая схема процесса идентификации динамического объекта. Исследуемый объект представлен в виде натурной или имитационной модели, описанных в п. 1.2, 1.3. Выход объекта  $f_{\text{эт}}(t)$  будем считать эталонным. При построении модели объекта в виде (1.1) оператор  $F$  должен быть таким, чтобы отклик модели  $f(t)$  на тестовое входное воздействие  $x(t)$  в идеале совпадал с эталонным откликом объекта  $f_{\text{эт}}(t)$ ;  $E(t)$  – невязка выходов модели  $f(t)$  и объекта  $f_{\text{эт}}(t)$ .

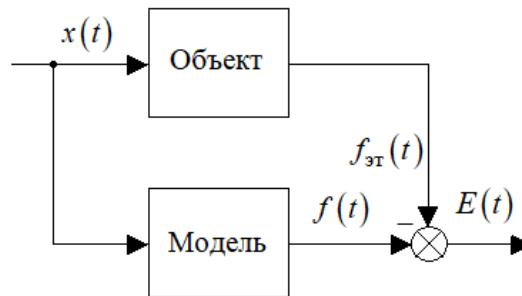


Рисунок 1.2 – Схема процесса идентификации объекта

Основная проблема, возникающая при решении задачи в виде (1.1), связана с условной корректностью решения интегрального уравнения Вольтерра I рода [103; 168; 172], которое имеет вид

$$\int_{t_0}^t K(t,s) \cdot x(s) ds = f(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (1.2)$$

где  $K(t,s)$  будем называть импульсной переходной функцией (ИПФ).

Как известно, если

$$\begin{aligned} K'_t(t,s) &\in C_{\Delta_1}, \quad \Delta_1 = \{t,s : t_0 \leq s \leq t \leq T\}, \\ f'(t) &\in C_{[t_0, T]}, \\ f(t_0) &= 0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

то задача решения уравнения (1.2) поставлена корректно по Адамару [133; 196] на паре пространств  $(C, C_{[t_0, T]}^{(1)})$ . В пространстве непрерывных функций  $C_{[t_0, T]}$  это гарантирует существование, единственность и устойчивость решения уравнения (1.2). При этом нужно помнить, что корректность задачи решения уравнения (1.2) будет зависеть от того, в каких пространствах она рассматривается и какими методами решается [38].

На практике исходные данные задачи идентификации – входной сигнал объекта  $x(t)$  и выходной сигнал объекта  $f(t)$  – искажаются случайными погрешностями измерений, что приводит к нарушению условий (1.3) и может вызвать неустойчивость решения задачи по Адамару: даже при очень малых ошибках задания выходного сигнала решение может отсутствовать или сколь угодно сильно отличаться от искомого точного решения. Для нахождения единственного устойчивого решения интегрального уравнения Вольтерра I рода применяют многочисленные РА [7; 64; 133; 153; 163; 170; 208]. В работе А.С. Апарцина и А.Б. Бакушинского [11] впервые было показано регуляризирующее свойство шага квадратурной формулы. В работе [38] показано, что методы квадратур, основанные на формулах правых, левых и средних прямоугольников и формуле трапеций, в частности, метод  $h$ -регуляризации Апарцина-Бакушинского, дают сходящиеся к точному решению алгоритмы даже при наличии погрешности в правой части уравнения. Тем не менее, эффективность этих РА несколько снижается при непостоянном значении шага дискретизации. Ещё одной трудностью применения классических РА является невозможность учёта случайного характера погрешности измерений во входном сигнале, поскольку традиционно считается, что с погрешностью задан только выходной сигнал. В работе [84] показано, что невозможность задания требуемого шага дискретизации приводит к большим ошибкам аппроксимации исходного интегрального уравнения.

Разработка устойчивых алгоритмов идентификации, предлагаемых в данной работе, представляется не только актуальной для приложения задач, но и имеет теоретическую значимость в развитии методов решения некорректно поставленных задач непараметрической идентификации в условиях неполной априорной информации.

## 1.2. Натурная модель системы обеспечения микроклимата

В процессе эксплуатации зданий и сооружений различного назначения с целью создания комфортных условий в помещениях решается множество важных задач [139; 165]. Такими задачами, несомненно, являются разработка, управление и оптимизация СОМ в помещениях [165], а также стабилизация параметров микроклимата в заданных пределах при воздействии

внешних или внутренних тепловых возмущений [111; 211]. Качество параметров микроклимата и устойчивость работы СОМ определяется её реакцией на возникающие возмущения [118], которая называется переходным процессом [181].

Изучение СОМ и их характеристик в нашу эру постоянного проектирования и возведения зданий и сооружений является весьма актуальной задачей. Как показано в работе [118], создание СОМ, оперативно обрабатывающих возмущения, вызванные внешними и внутренними потоками теплоты или влажности, обусловлено не только производственной необходимостью, но и экономически выгодно. Анализ переходных процессов теплообмена реальной СОМ, приведённый в работах [113–115], позволяет пронаблюдать свойства процессов, протекающих в исследуемых элементах. Наконец, построение функциональных связей между входными и выходными величинами элементов СОМ даёт возможность идентификации переходных процессов системы и, следовательно, разработки достоверных математических моделей элементов в различных динамических состояниях [117].

Как известно, переходные процессы СОМ можно изучать двумя способами [114].

1. Проведение экспериментов на реальной физической модели. Этот способ наиболее популярен и освещается в широком круге работ [111–118]. Однако, этот способ, как правило, требует серьёзных материальных затрат и очень трудоёмок.

2. Проведение расчётов на основе математической модели системы, достаточно точно отражающей сущность физических процессов. Этот способ в работе [114] отмечен как достаточно сложный в вычислительном плане, требующий громоздкого математического аппарата и подтверждения адекватности модели и расчётов реальным условиям. В связи с этим решение практических задач идентификации характеристик СОМ с использованием предлагаемого в данной работе математического аппарата отличается не только актуальностью, но и новизной.

«Климатическая система любой сложности состоит из теплообменников (воздухонагреватели, охладители, увлажнители, осушители) и нагнетателей воздуха (вентиляторы, насосы, компрессоры)» [145]. Простейшая подобная система, рассматриваемая в данном натурном эксперименте, представлена воздухонагревателем (ВН) и вентилятором (ВЕНТ), называется установкой (УСТ) и является подсистемой терморегулирования в некотором обслуживаемом помещении (ПОМ), которое является контролируемой подсистемой. Экспериментальное изучение переходных процессов теплообмена СОМ «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение» («ВН-ВЕНТ-ПОМ») требует сборки сложной установки и приобретения дорогостоящего оборудования. Для построения и исследования натурной модели СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» на кафедре теплогазоснабжения и вентиляции Оренбургского государственного университета под руководством к.т.н., доц., зав. кафедрой

теплогазоснабжения и вентиляции «НГАСУ (Сибстрин)» Р.Ш. Мансурова была создана и введена в эксплуатацию экспериментальная установка, показанная на Рисунке 1.3. Подробное описание лабораторной установки, характеристика и параметры используемого оборудования приводятся в работах [114; 117; 118]. Экспериментальные данные и начальные значения параметров предоставлены Р.Ш. Мансуровым.

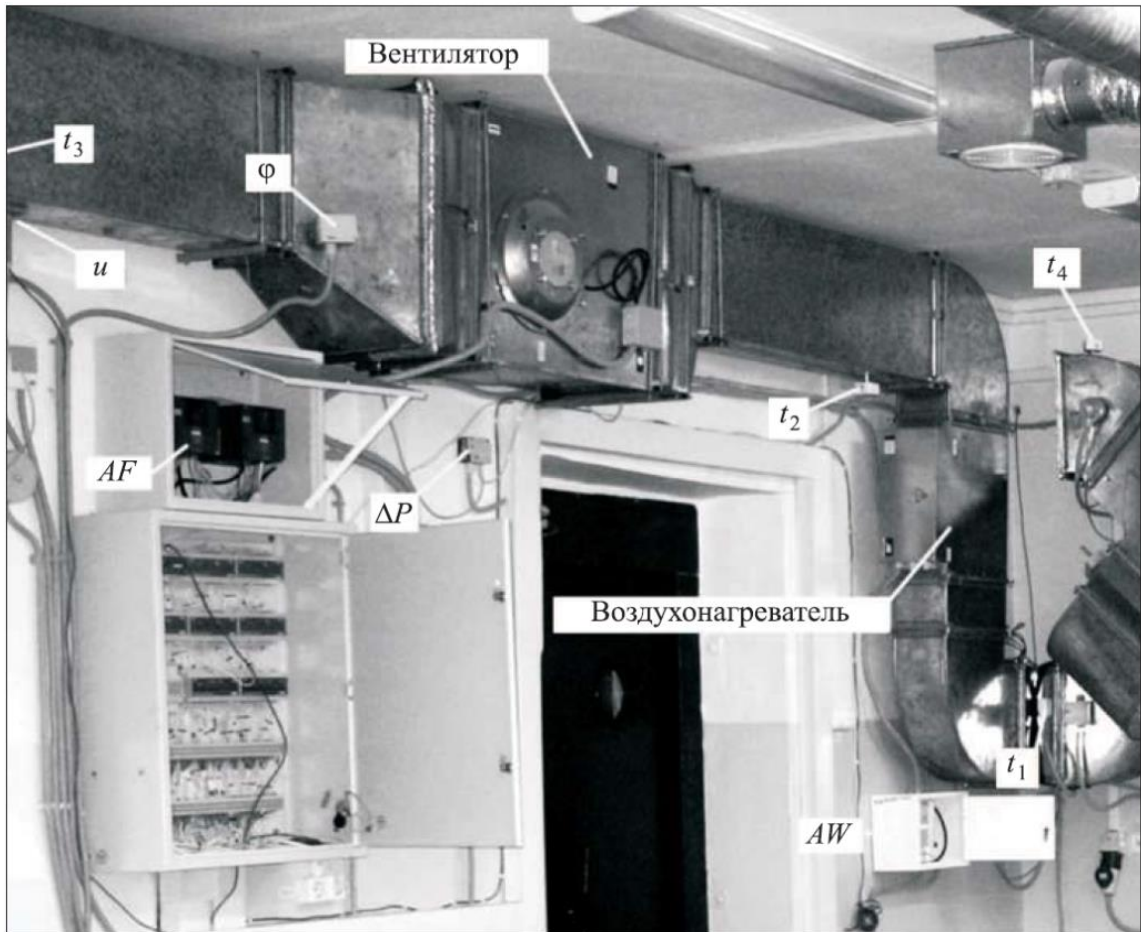


Рисунок 1.3 – Экспериментальная установка  
 Источник: [118, с.38]

В работе [118] определено, что исследование переходных процессов теплообмена СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» заключается в изучении реакции одного из элементов УСТ на возмущение другого. С этой целью проводились экспериментальные исследования совместной работы электрического ВН ЕА 40-20/12 и центробежного канального приточного ВЕНТ VR 60-30.

На Рисунке 1.4 показана функциональная схема исследуемой СОМ. В работе [119] поясняется, что управление тепловой мощностью ВН  $N$  осуществляется симисторным регулятором электрической мощности  $AW$ . Управление производительностью ВЕНТ  $V$  осуществляется частотным преобразователем электрического тока  $AF$ . В системе снимаются показания скорости теплового потока в канале  $u$  (м/с), перепад давления на ВЕНТ  $\Delta P$  (Па),



относительная влажность воздуха в канале  $\varphi_{\text{пр}}$  (%), температуры:  $T_1$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) – на входе ВН;  $T_2$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) – на выходе ВН;  $T_3$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) – на входе ПОМ;  $T_4$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) – на выходе ПОМ. Приведённые погрешности измерительных приборов принимают значения: для датчика скорости воздушного потока QVM62.1 погрешность  $\pm 1,3\%$ ; для датчика перепада давления воздуха SPD310 погрешность  $\pm 1,5\%$ ; для канального датчика влажности SHD100 погрешность  $\pm 2\%$ ; для канальных датчиков температуры погрешность  $\pm 0,22\%$  [116].

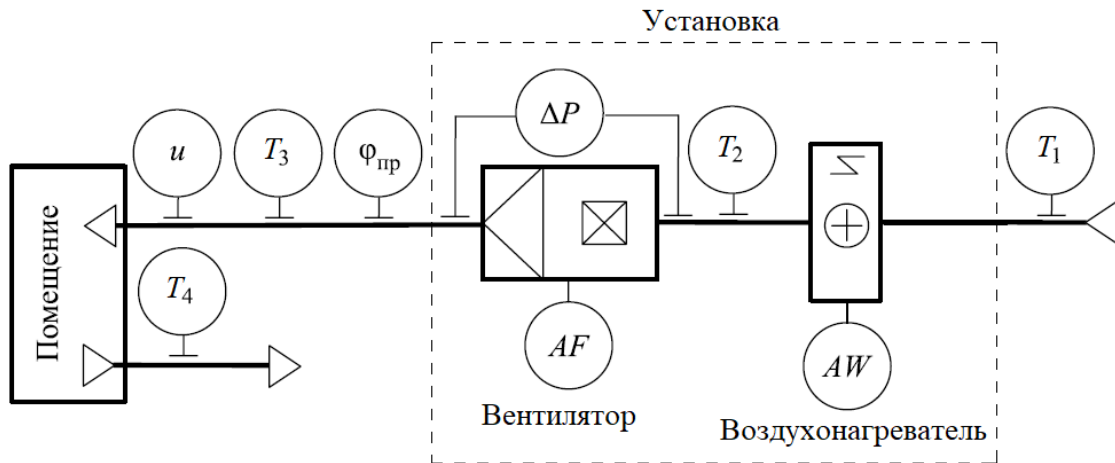


Рисунок 1.4 – Функциональная схема СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ»

Источник: [116, с.51]

Параметры состояния теплового потока регистрировались эквидистантно через 1 с в контрольных точках канала «ВН-ВЕНТ-ПОМ». Мощность ВН  $N$  устанавливается в долях от максимальной мощности – от 0 (0 кВт) до 0,9 (10,8 кВт) с шагом 0,1 (1,2 кВт). Необходимо отметить, что фактически скачок тепловой мощности ВН может выполняться со значения 0,01 (0,01 кВт), поскольку это «минимально необходимый уровень нагрева, при отсутствии которого система защиты ВН уводит его в аварийный режим» [233]. Производительность ВЕНТ  $V$  устанавливается в долях от максимальной частоты электрического тока от 0,3 (21 Гц) до 1,0 (70 Гц) с шагом 0,1 (7 Гц). Переходные процессы в системе инициируются скачкообразным воздействием управляющего сигнала с величиной скачка от 0,1 до 0,5.

В работе [108] приводится подробное описание проведения этапа натурального эксперимента. Экспериментальное построение переходных процессов теплообмена выполнялось на основе более двухсот серий, из восемнадцати единичных экспериментов каждая, определяемых различными сочетаниями возможных режимов совместной работы ВН и ВЕНТ. Для каждого единичного эксперимента регистрировались параметры теплового потока. Нечётные единичные эксперименты работали на нагрев активного элемента, чётные – на охлаждение, затем экспериментальные данные усреднялись по чётным и нечётным единичным экспериментам. Согласно экспериментальным данным, максимальная

длительность переходного процесса не превышала 400 с, в связи с чем длительность каждого единичного эксперимента была выбрана  $T = 500$  с.

На Рисунке 1.5 показана схема движения потока теплоты, выделяемой или поглощаемой влажным воздухом при прохождении через элементы исследуемой системы.

Массовый расход воздуха при экспериментальной обработке данных определяется согласно формуле, введённой в работе [211]

$$G = \rho(T_3) \cdot u \cdot F,$$

где  $F$  (м<sup>2</sup>) – площадь сечения воздуховода в месте установки датчиков скорости  $u$  и температуры  $T_3$ ;  $\rho(T_3)$  (кг/м<sup>3</sup>) – плотность сухого воздуха, определяемая по температуре  $T_3$ .

Количество теплоты, поглощаемое потоком от ВН  $Q_h = c_a \cdot G \cdot \Delta T_h$ , от ВЕНТ  $Q_f = c_a \cdot G \cdot \Delta T_f$ , от УСТ  $Q_s = c_a \cdot G \cdot \Delta T_s$ , где  $c_a = 1005$  Дж/(кг · К) – теплоёмкость воздуха,  $\Delta T_h = T_2 - T_1$ ,  $\Delta T_f = T_3 - T_2$  и  $\Delta T_s = T_3 - T_1$  [211];  $Q_r = c_a \cdot G \cdot \Delta T_r$ ,  $\Delta T_r = T_4 - T_3$ ,  $Q_e = c_a \cdot G \cdot \Delta T_e$ , где  $\Delta T_e = T_4 - T_1$  [211].

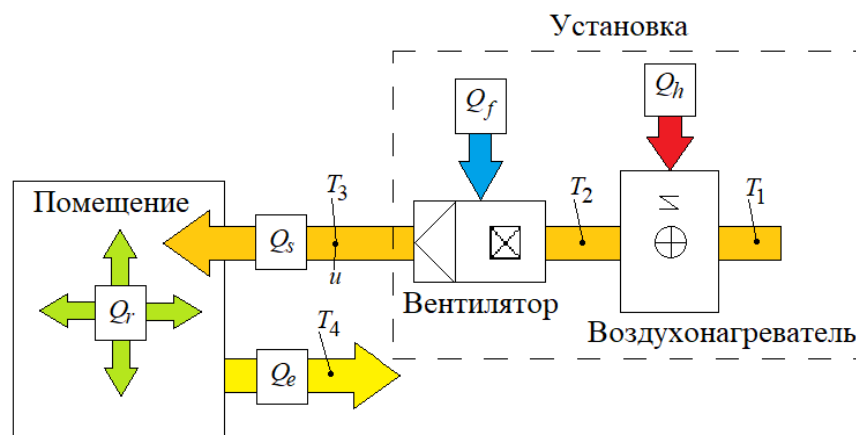


Рисунок 1.5 – Схема движения потоков теплоты в СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ»

Источник: [25, с.9]

В качестве параметра подобия, описывающего рассматриваемые переходные процессы теплообмена, принимается относительная избыточная теплота  $Q_i'$  [114; 115]. Данная характеристика учитывает изменения всех параметров теплового потока и позволяет выявить качественные закономерности в развитии переходных процессов теплообмена в потоке влажного воздуха при прохождении через объекты подсистемы терморегулирования и контролируемую подсистему для соответствующих режимов работы [117]. Таким образом,

относительная избыточная теплота – безразмерная нормированная характеристика, определяемая в работе [115] по формуле

$$Q_i^r(t) = \frac{Q_i(t) - Q(0)}{|Q_i(t_*) - Q_i(0)|}, \quad i = 1 \dots 4,$$

где  $Q_i^r(t)$  при  $i = 1$  – относительная избыточная теплота  $Q_h^r(t)$ , выделяемая или поглощаемая потоком при прохождении через ВН; при  $i = 2$  – относительная избыточная теплота  $Q_f^r(t)$ , выделяемая или поглощаемая потоком при прохождении через ВЕНТ;  $i = 3$  – относительная избыточная теплота  $Q_r^r(t)$ , ассимилируемая потоком при прохождении через ПОМ; при  $i = 4$  – относительная избыточная теплота  $Q_s^r(t)$ , выделяемая или поглощаемая потоком при прохождении через УСТ.  $Q_i(t)$ ,  $Q_i(0)$ ,  $Q_i(t_*)$  – теплота, выделяемая объектом в текущий момент времени  $t$ , в начальный момент времени  $t = 0$  и конечный момент времени  $t_* = 500$  с.

На Рисунке 1.6 показаны изменения характеристик относительной избыточной теплоты  $Q_h^r(t)$ ,  $Q_f^r(t)$ ,  $Q_s^r(t)$ ,  $Q_r^r(t)$  при разогреве теплового потока, проходящего через систему «ВН-ВЕНТ-ПОМ», на Рисунке 1.7 – эти же характеристики при охлаждении потока. Анализ процессов при изменении режима работы ВЕНТ рассматривается в статье автора [233], при двух последовательных скачкообразных изменениях тепловой мощности ВН – в работе [111].

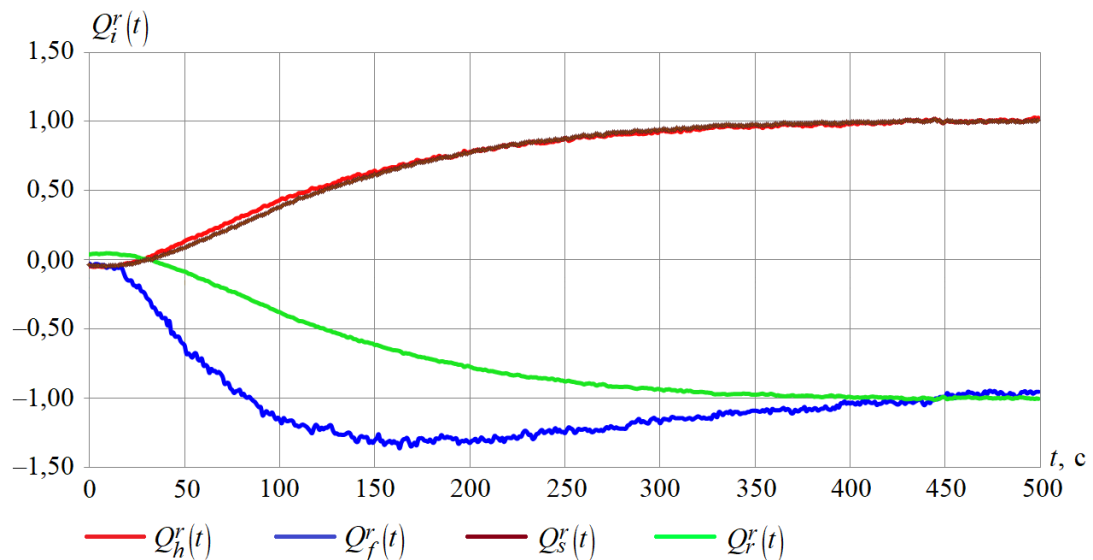


Рисунок 1.6 – Эволюции изменений относительной избыточной теплоты во времени при разогреве потока, режим работы ВЕНТ  $V = 0,6$ , скачок мощности ВН  $N$  на 0,3 (от 0,2 до 0,5)

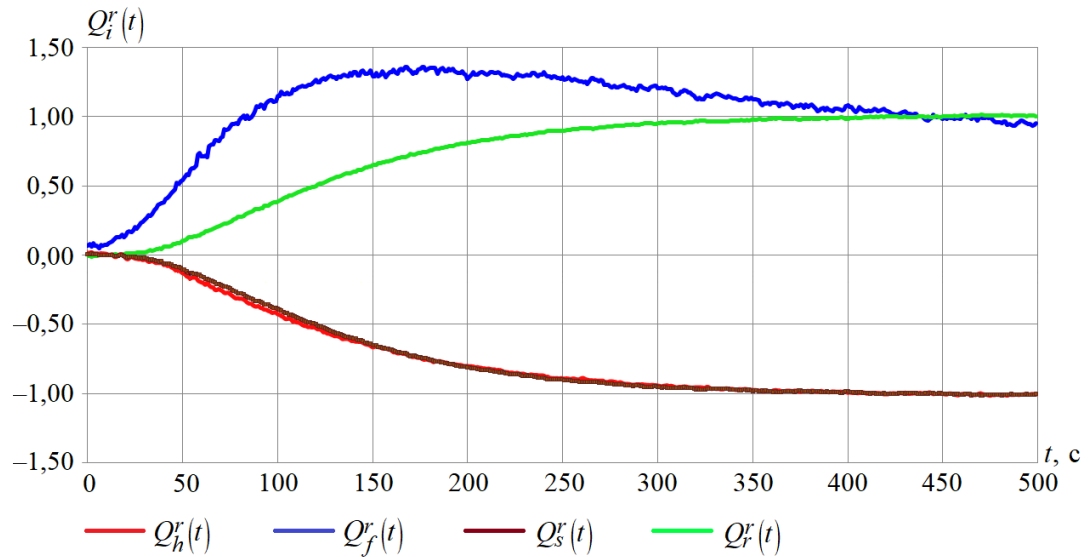


Рисунок 1.7 – Эволюции изменений относительной избыточной теплоты во времени при охлаждении потока, режим работы ВЕНТ  $V = 0,6$ , скачок мощности ВН  $N$  на  $0,3$  (от  $0,2$  до  $0,5$ )

При разогреве теплового потока значение теплоты  $Q_h^r(t)$ , выделяемой элементом ВН, возрастает, а при охлаждении падает, причём практически на ту же величину. На начальном участке переходного процесса ВН, продолжительность которого определяется периодом управляющего сигнала симисторного регулятора  $T_p \approx 57$  с, разница температур  $\Delta T_h$  на участке до и после объекта ВН постоянна, и поэтому значение  $Q_h^r(t)$  равно нулю. Затем при нагреве происходит разгон мощности ВН, сопровождающийся быстрым ростом  $\Delta T_h$  и  $Q_h^r(t)$  с дальнейшим плавным замедлением. Согласно исследованию [117], после достижения максимального значения  $\Delta T_h$  значение теплоты  $Q_h^r(t)$  стабилизируется и устанавливается около 1,  $\Delta T_h$  снова становится постоянной величиной, но уже большей, чем в начале переходного процесса. Таким образом, в конце переходного процесса объект ВН выделяет больше теплоты. При охлаждении наблюдается обратная эволюция теплоты  $Q_h^r(t)$ . В работах [114; 117] показано, что описанное изменение переходного процесса типично для данного элемента. Вид процесса определяется только режимом производительности ВЕНТ и практически не зависит от величины скачка тепловой мощности ВН, что показано на Рисунке 1.8 а (при скачке мощности ВН  $N$  на  $0,2$ ), Рисунке 1.8 б (при скачке мощности ВН  $N$  на  $0,5$ ).

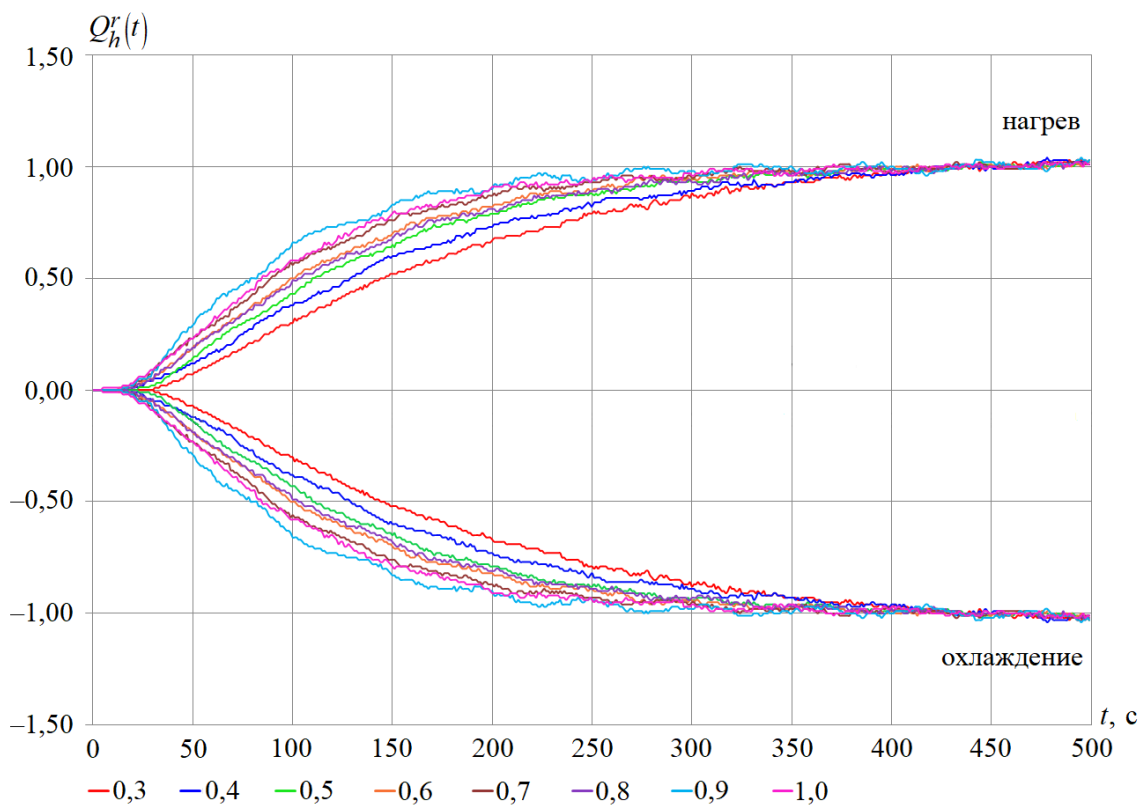


Рисунок 1.8 а – Эволюции изменений  $Q_h^r(t)$  во времени при изменяющихся режимах работы ВЕНТ  $V = 0,3 \div 1,0$ , скачок мощности ВН  $N$  на 0,2 (от 0,01 до 0,2)

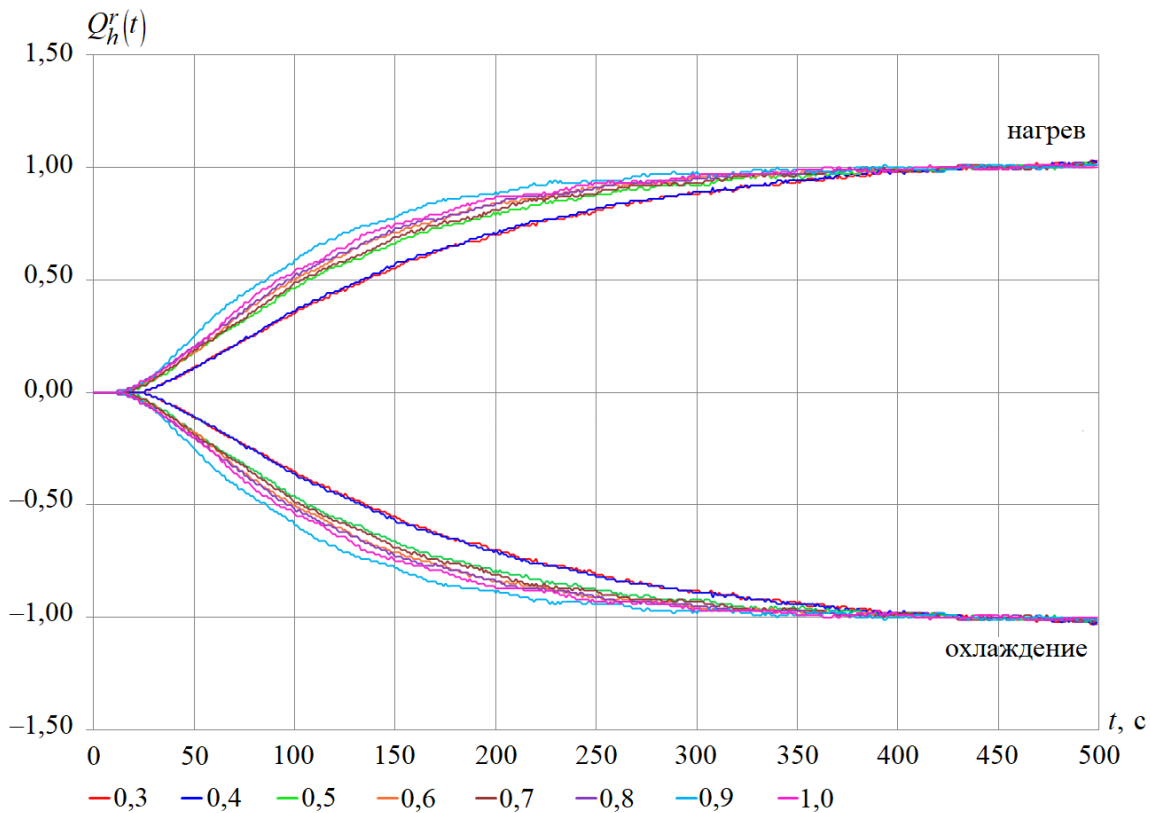


Рисунок 1.8 б – Эволюции изменений  $Q_h^r(t)$  во времени при изменяющихся режимах работы ВЕНТ  $V = 0,3 \div 1,0$ , скачок мощности ВН  $N$  на 0,5 (от 0,01 до 0,5)

Переходный процесс элемента ВЕНТ протекает в противофазе переходному процессу ВН. Элемент ВЕНТ является теплоинерционным, поскольку имеет внутренний источник теплоты. На начальном участке переходного процесса разница температур  $\Delta T_f$  на участке до и после элемента ВЕНТ постоянна, и значение теплоты  $Q_f^r(t)$  равно нулю. Далее в процессе собственного прогрева конструктивных элементов ВЕНТ активно поглощает теплоту, выделяемую ВН. Когда интенсивность прогрева ВЕНТ стабилизируется, наступает момент повышения температуры  $T_2$  на участке до ВЕНТ и достижения уровня температуры  $T_3$  после него, т.е.  $\Delta T_f = 0$ . Интенсивность прогрева ВЕНТ начинает постепенно снижаться, монотонно приближаясь к нулю, и значение теплоты  $Q_f^r(t)$  устанавливается около  $-1$ . При охлаждении наблюдается обратная эволюция теплоты  $Q_f^r(t)$ . Так же как и в случае ВН, вид переходных процессов ВЕНТ будет определяться только режимом его производительности, что наблюдается на Рисунке 1.9 а (при скачке мощности ВН  $N$  на 0,2), Рисунке 1.9 б (при скачке мощности ВН  $N$  на 0,4).

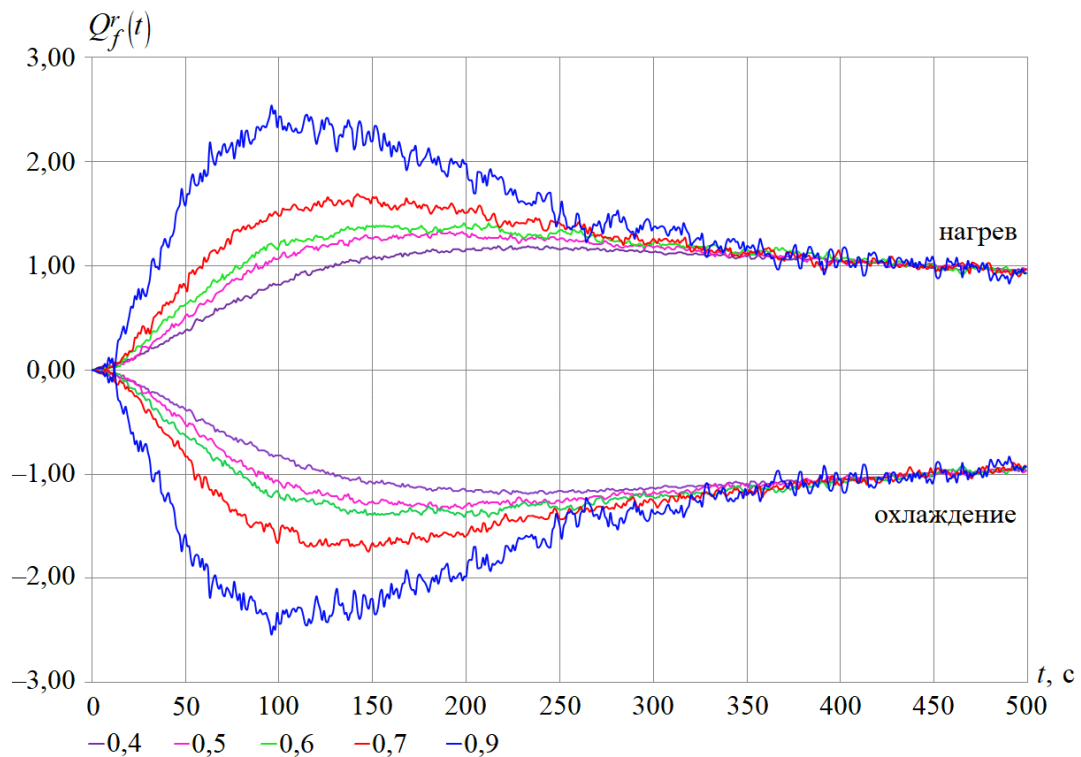


Рисунок 1.9 а – Эволюции изменений  $Q_f^r(t)$  во времени при изменяющихся режимах работы ВЕНТ  $V = 0,4 \div 0,9$ , скачок мощности ВН  $N$  на 0,2 (от 0,01 до 0,2)

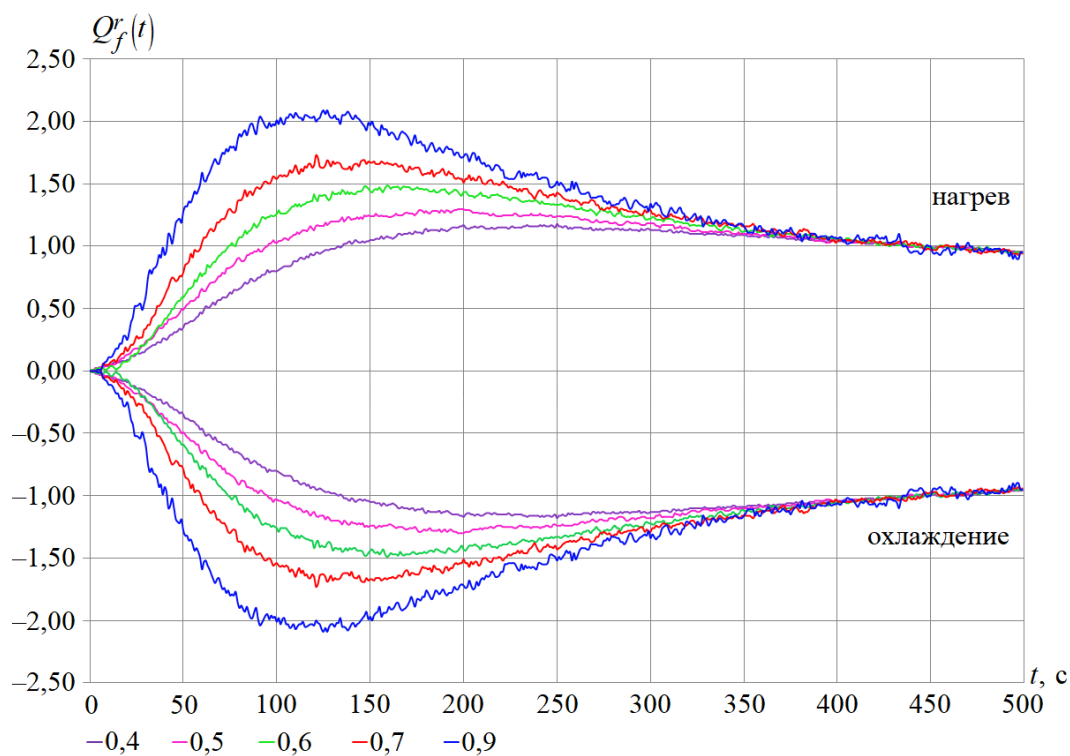


Рисунок 1.9 б – Эволюции изменений  $Q_f^r(t)$  во времени

при изменяющихся режимах работы ВЕНТ  $V = 0,4 \div 0,9$ , скачок мощности ВН  $N$  на 0,4 (от 0,01 до 0,4)

Для подсистемы терморегулирования УСТ эволюция переходного процесса  $Q_s^r(t)$  протекает аналогично ВН, но с несколько большей задержкой в начале, что объясняется комплексным влиянием элементов ВН и ВЕНТ. Реакция подсистемы на изменение производительности её элементов оказывается предсказуемой, что позволяет отладить процессы регулирования и управления микроклиматом в помещении [118]. В работе [117] показано, что при данном режиме работы системы влияние подсистемы терморегулирования УСТ компенсируется влиянием контролируемой системы ПОМ, и характеристики  $Q_s^r(t)$  и  $Q_r^r(t)$  имеют одинаковый вид, но развиваются в противофазе.

Проведённый анализ типовых откликов, представленных на Рисунках 1.8-1.9, а также в других экспериментах [25; 111; 211; 233], свидетельствует о линейности и стационарности исследуемой СОМ и её элементов. Напомним, что динамическая система является линейной, если выполнены три следующих условия: при изменении амплитуды входного сигнала в  $k$  раз, также в  $k$  раз изменяется и амплитуда выходного сигнала; при суммировании входных сигналов результирующий сигнал на выходе будет равен сумме реакций на каждый входной сигнал; смещение входного сигнала во времени вызывает аналогичное смещение выходного сигнала.

Для исследуемой СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» показано [25; 211], что:

- реакция подсистемы УСТ на взвешенную сумму входных воздействий элементов ВН и ВЕНТ тождественна взвешенной сумме реакций на каждое из входных воздействий;

- влияние подсистемы терморегулирования УСТ компенсируется влиянием контролируемой подсистемы ПОМ; реакция элементов ВН, ВЕНТ, УСТ на некоторое входное воздействие изменяется пропорционально величине этого входного воздействия;

- величины запаздывания входного воздействия и реакций элементов СОМ тождественны;

- параметры СОМ не изменяются в течение значительного временного интервала (не менее 20 дней), что свидетельствует о стационарности системы.

В данной работе будем исследовать реакции подсистемы терморегулирования УСТ  $Q_s^r(t)$  и её элементов ВН  $Q_h^r(t)$  и ВЕНТ  $Q_f^r(t)$  при скачкообразном изменении тепловой мощности элемента ВН  $N$  на 0,1 (от 0 до 0,1 – от 0,01 кВт до 1,2 кВт) и фиксированной производительности ВЕНТ  $V = 0,4$  (28 Гц) при разогреве теплового потока. При этом элемент ВЕНТ будет реагировать на отклик элемента ВН.

Функциональные связи между входными и выходными характеристиками исследуемых элементов можно описывать с помощью интегральных моделей типа Вольтерра I рода. Модели рассматриваемых объектов представлены в терминах «вход-выход» и изображены на Рисунках 1.10-1.12.

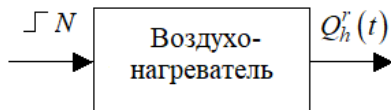


Рисунок 1.10 – Модель ВН типа «вход-выход»

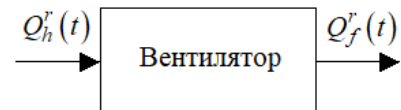


Рисунок 1.11 – Модель ВЕНТ типа «вход-выход»

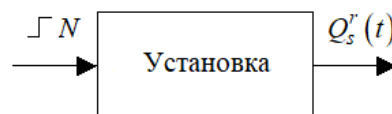


Рисунок 1.12 – Модель УСТ типа «вход-выход»

### 1.3. Имитационные динамические модели элементов теплообменных систем

В параграфе приводится описание имитационных моделей нелинейных динамических элементов теплообменных систем: модель теплообменника, модель конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт. Специфика исследуемых моделей заключается в том, что в качестве входных и выходных величин теплообменных элементов принимаются реальные физические параметры в отклонениях от



начальных установившихся значений. Рассматриваемые имитационные модели принимаются в качестве эталонных и будут использоваться для верификации и анализа эффективности разрабатываемых алгоритмов идентификации, а также для проверки адекватности интегральных моделей.

### 1.3.1. Модель теплообменника

Как отмечается в работе [4], задача повышения энергетической и экономической эффективности работы основного теплоэнергетического оборудования на тепловых электрических станциях является безусловно актуальной. Поскольку современные теплоэнергетические установки представляют собой сложные системы, характеризующиеся большим количеством и многообразием протекающих в них процессов, из них выделяют и изучают локальные элементы и процессы. Моделирование динамических процессов в теплоэнергетических установках и их элементах позволяет оценить состояние оборудования в процессе эксплуатации и обеспечить эффективное управление и надёжность его работы. Повсеместное распространение в качестве элементов энергетических установок получили теплообменники различного вида.

Объектом исследования является конвективный теплообменник. Построение имитационной динамической модели элемента теплообменной установки подробно рассматривается в работах [149; 156; 162]. Динамика теплообменника с однофазной несжимаемой средой, в котором при наружном обогреве движется поток вещества, описывается системой алгебро-дифференциальных уравнений в частных производных, приведённой в работе [162], включающей уравнения энергии теплоносителя и материала стенки. Для объекта с сосредоточенными параметрами такое описание примет вид

$$\begin{aligned} \Delta D(t) \cdot (i_0 - i_{in_0}) + D(t) \cdot (\Delta i(t) - \Delta i_{in}(t)) + G_B \cdot \frac{d\Delta i(t)}{dt} &= \\ = \Delta \alpha(t) \cdot H \cdot (\theta_0 - t_{B_0}) + \alpha(t) \cdot H \cdot (\Delta \theta(t) - \Delta t_B(t)), \\ \Delta Q(t) - G_M \cdot c_M \cdot \frac{d\Delta \theta(t)}{dt} &= \Delta \alpha(t) \cdot h \cdot (\theta_0 - t_{B_0}) + \alpha(t) \cdot h \cdot (\Delta \theta(t) - \Delta t_B(t)), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где  $t$  (с) – время;  $t_B$  (К) – температура потока вещества;  $t_{B_0}$  (К) – начальное значение температуры потока вещества;  $\theta$  (К) – температура стенки канала;  $\theta_0$  (К) – начальное значение температуры стенки канала;  $i$  (кДж/кг) – энтальпия;  $i_0$  (кДж/кг) – начальное значение энтальпии;  $i_{in}$  (кДж/кг) – энтальпия на входе;  $i_{in_0}$  (кДж/кг) – начальное значение энтальпии на входе;  $\alpha$  (кВт/м<sup>2</sup>·К) – коэффициент теплопередачи, причём  $\alpha = K_\alpha \cdot D$ , где  $K_\alpha$  – константа;

$c_M$  (кДж/кг·К) – удельная теплоёмкость материала стенки;  $G_B$  (кг) – полная масса вещества потока;  $G_M$  (кг) – полная масса материала стенки;  $D$  (кг/с) – расход вещества;  $h$  (м) – поверхность теплообмена, отнесённая к единице длины;  $H$  (м<sup>2</sup>) – полная поверхность теплообмена;  $Q$  (кВт) – полная тепловая нагрузка;  $\Delta$  – приращение параметра.

Начальные условия:

$$\Delta i(t)|_{t=0} = 0, \Delta i_{in}(t)|_{t=0} = 0, \Delta t_B(t)|_{t=0} = 0, \Delta \theta(t)|_{t=0} = 0.$$

При произвольных возмущениях  $\Delta D(t)$ ,  $\Delta Q(t)$ ,  $\Delta i_{in}(t)$ ,  $\Delta p(t)$  в начальный момент времени [157]:

$$i_0 - i_{in_0} = \frac{\alpha_0}{D_0} \cdot H \cdot (\theta_0 - t_{B_0}) = K_\alpha \cdot H \cdot (\theta_0 - t_{B_0}) = \frac{Q_0}{D_0}. \quad (1.5)$$

Система (1.4) с учётом (1.5) принимает вид [157]

$$\frac{d\Delta i(t)}{dt} + (a_1 \cdot \Delta i(t) + b_1 \cdot \Delta \theta(t)) \cdot D(t) = g(t), \quad (1.6)$$

$$\frac{d\Delta \theta(t)}{dt} + (a_2 \cdot \Delta i(t) + b_2 \cdot \Delta \theta(t)) \cdot D(t) = w(t),$$

где  $a_1 = \frac{1}{G_B} \cdot \left(1 + \frac{K_\alpha \cdot H}{c_B}\right)$ ,  $a_2 = -\frac{K_\alpha \cdot H}{G_B \cdot c_B \cdot c_M}$ ,  $b_1 = -\frac{K_\alpha \cdot H}{G_B}$ ,  $b_2 = \frac{K_\alpha \cdot H}{G_M \cdot c_M}$ ,  $c_M$  (кДж/кг·К) –

удельная теплоёмкость вещества потока;  $g(t) = \frac{D(t)}{G_B} \cdot (\Delta i_{in}(t) - K_\alpha \cdot H \cdot K_p \cdot \Delta p(t))$ ,

$$K_p = -\frac{1}{c_B} \cdot \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_{t_B}, \quad w(t) = \frac{1}{G_M \cdot c_M} \cdot \Delta Q(t) - \frac{Q_0}{D_0 \cdot G_M \cdot c_M} \cdot \Delta D(t) + \frac{K_\alpha \cdot H \cdot K_p}{G_M \cdot c_M} \cdot D(t) \cdot \Delta p(t).$$

Модель (1.6) описывает динамику изменения энтальпии  $\Delta i(t)$  для произвольных входных возмущений: изменения расхода вещества  $\Delta D(t)$ , изменения полной тепловой нагрузки  $\Delta Q(t)$ , изменения энтальпии на входе  $\Delta i_{in}(t)$ , изменения давления  $\Delta p(t)$ . В данной работе рассматривается случай скалярного входного возмущения компоненты  $\Delta D(t)$  в предположении, что остальные компоненты входных возмущений отсутствуют:  $\Delta Q(t) = 0$ ,  $\Delta i_{in}(t) = 0$ ,  $\Delta p(t) = 0$ .

Таким образом, будем рассматривать изменение энтальпии  $\Delta i(t)$  (кДж/кг) – скалярного выходного сигнала – на выходе из теплообменника при произвольном изменении расхода вещества  $\Delta D(t)$  (кг/с) – скалярного входного возмущения – на входе. При этом в качестве значений входного  $\Delta D(t)$  и выходного  $\Delta i(t)$  сигналов объекта принимаются отклонения от начальных значений в установившемся режиме  $D_0, i_0$  соответственно.

В этом случае отклик имитационной модели  $\Delta i(t)$  определяется как [160]

$$\Delta i(t) = \frac{Q_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{D_0 \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot \int_0^t \Delta D(\eta) \cdot \left( e^{-\lambda_1 \int_0^t D(\zeta) d\zeta} - e^{-\lambda_2 \int_0^t D(\zeta) d\zeta} \right) d\eta,$$

где  $D_0$  (кг/с) – начальное значение расхода вещества;  $Q_0$  (кВт) – начальное значение полной тепловой нагрузки;  $\lambda_1, \lambda_2$  – корни характеристического уравнения. Начальные значения для расчётов предоставлены д.т.н., доц., г.н.с. отдела тепловых систем ИСЭМ СО РАН Э.А. Таировым и принимаются  $Q_0 = 100$  кВт,  $D_0 = 0,16$  кг/с,  $i_{in_0} = 434$  кДж/кг,  $i_0 = 1059$  кДж/кг.

В качестве входных возмущений  $\Delta D(t)$  используются ступенчатые скачкообразные воздействия, широко распространённые при работе с элементами теплоэнергетических систем. В работе [157] приводится результат вычислительного эксперимента с обоснованием выбора исследуемого временного интервала  $T$ . Показано, что ступенчатые изменения расхода вещества  $\Delta D(t)$  и полной тепловой нагрузки  $\Delta Q(t)$  до 90% от начальных значений переводят динамику  $\Delta i(t)$  в устойчивый на конечном интервале режим, причём для стабилизации динамики  $\Delta i(t)$  с точностью  $\delta = 10^{-3}$  достаточно длительности переходных процессов  $T \approx 40$  с.

Функциональные связи между входными и выходными величинами теплообменника описываются с помощью модели типа «вход-выход», представленной на Рисунке 1.13.

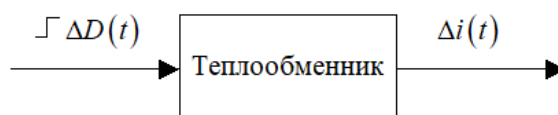


Рисунок 1.13 – Модель теплообменника типа «вход-выход»

Для решения задач моделирования и идентификации нелинейной динамики теплообменника используется математический аппарат функциональных рядов Вольтерра, эффективно зарекомендовавший себя в этой области. Адекватность данного аппарата

обосновывается теоремой Фреше [191], являющейся континуальным аналогом теоремы Вейерштрасса.

### 1.3.2. Модель конденсатора типа 80-КЦС-1

Назаровская ГРЭС (г. Назарово, Красноярский край) является одной из самых крупных тепловых электростанций Сибири и значительным поставщиком электроэнергии на российском рынке. Назаровская ГРЭС обеспечивает электроэнергией г. Красноярск и города Красноярского края, Кузбасс, республики Хакасия и Тыву. Состав технического оборудования электростанции включает шесть энергоблоков с установленной мощностью 135 МВт и один энергоблок с установленной мощностью 500 МВт [130].

Имитационная модель энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт в виде системы алгебро-дифференциальных уравнений реализована В.Ф. Чистяковым и А.А. Логиновым в ПВК «Р150», программный код ПВК «Р150» реализован под руководством Э.А. Таирова в ИСЭМ СО РАН.

Исследуемый локальный участок пароводяного тракта энергоблока мощностью 135 МВт включает в себя конденсатор (К) типа 80-КЦС-1 [6] и представлен на Рисунке 1.14 (ПНД – подогреватель низкого давления, КЭН – система конденсаторных электронасосов, ЦНД – цилиндр низкого давления). Данные для расчётов предоставлены инженером ИСЭМ СО РАН Е.Д. Антипиной.

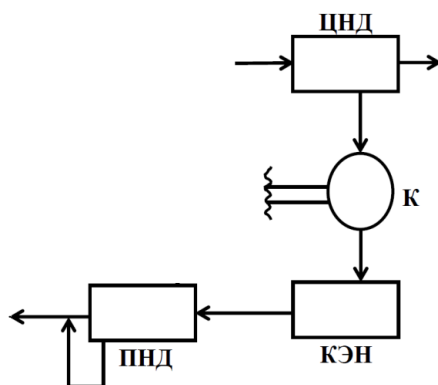


Рисунок 1.14 – Схема локального участка пароводяного тракта энергоблока электростанции

Динамика изменения давления  $\Delta p(t)$  на выходе конденсатора может рассматриваться при произвольных входных возмущениях: изменении расхода воды  $\Delta D_w(t)$ , изменении расхода пара  $\Delta D_s(t)$ , изменении температуры воды на входе  $\Delta t_{in}$ . В данной работе

рассматривается случай скалярного входного возмущения компоненты  $\Delta D_w(t)$ , которую далее будем обозначать  $\Delta D(t)$ , в предположении, что остальные компоненты входных возмущений  $\Delta D_s(t)$ ,  $\Delta t_{in}$  неизменны, а их начальные значения  $D_{s_0} = 51,46$  кг/с,  $t_{in_0} = 15,20$  °С.

Таким образом, будем рассматривать изменение давления  $\Delta p(t)$  (Па) – скалярного выходного сигнала – на выходе из конденсатора при изменении расхода воды  $\Delta D(t)$  (кг/с) – скалярного входного возмущения – на входе. При этом в качестве значений входного  $\Delta D(t)$  и выходного  $\Delta p(t)$  сигналов объекта принимаются отклонения от начальных значений в установившемся режиме  $D_0, p_0$  соответственно.

В работе [222] показано, что стабилизация динамики  $\Delta p(t)$  с точностью  $\delta = 10^{-3}$  происходит при  $t = 1500$  с. В установившемся режиме исходные данные задачи в начальный момент времени  $t_0 = 1500$  с принимают значения: расход воды на входе конденсатора  $D_0 = 11562,2$  кг/с, давление на выходе из конденсатора  $p_0 = 4059$  Па. Отклики давления  $\Delta p(t)$  на соответствующие входные возмущения, представляющие собой отклонения расхода воды  $\Delta D(t)$  на  $\pm 30\%$  от начального значения  $D_0$ , будут регистрироваться на интервале  $t \in [1500; 1620]$  с.

Функциональные связи между входными и выходными величинами конденсатора описываются с помощью модели типа «вход-выход», представленной на Рисунке 1.15.

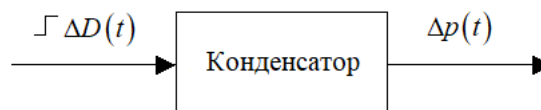


Рисунок 1.15 – Модель конденсатора типа «вход-выход»

Для решения задач моделирования и идентификации нелинейной динамики конденсатора используется математический аппарат функциональных рядов Вольтерра.

#### 1.4. Постановка задач непараметрической идентификации

В параграфе приводятся интегральные модели исследуемых динамических объектов и выполняется постановка задач идентификации. Специфика практических задач заключается в том, что реальные исходные данные искажаются аддитивными шумами измерений различной статистической природы. Вводятся модели шумов измерений, рассматриваемые в работе. Дан

краткий анализ существующих алгоритмов фильтрации зашумлённых данных с обоснованием выбора используемых в работе методов. Кратко обсуждаются новые и модифицированные методы, алгоритмы и понятия, предлагаемые для решения поставленных задач.

#### 1.4.1. Задача идентификации динамики линейных объектов и их специфика

Для решения практических задач идентификации динамических процессов в работе приводятся аналитические модели исследуемых теплоэнергетических объектов и разрабатываются эффективные численные алгоритмы, реализованные также в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента, с приложением к задачам теплоэнергетики.

Для построения аналитических моделей линейных стационарных динамических объектов в терминах «вход-выход» используются интегральные уравнения типа Вольтерра I рода. В данной работе считается, что выходной сигнал объекта  $f(t)$  на всём исследуемом временном интервале  $t \in [t_0, T]$  обладает достаточной гладкостью, при этом в начальный момент времени  $t_0 = 0$ :  $f(0) = 0$ ,  $x(0) = 0$ .

Модель линейного динамического объекта описывается классическим интегральным уравнением Вольтерра I рода типа свёртки

$$\int_0^t K(t-s) \cdot x(s) ds = f(t), \quad t \in [0, T], \quad (1.7)$$

которое имеет единственное устойчивое решение  $x(t)$  в пространстве непрерывных функций  $C_{[0, T]}$  при соблюдении условий (1.3) и условия

$$K(t-s) \neq 0, \quad 0 \leq s \leq t \leq T. \quad (1.8)$$

Интеграл свёртки в уравнении (1.7) представим в более удобной и традиционной для задачи идентификации переходной характеристики форме [13]

$$\int_0^t x(t-s) \cdot K(s) ds = f(t), \quad t \in [0, T]. \quad (1.9)$$

Задача непараметрической идентификации переходной характеристики для модели (1.9) заключается в построении оценки ИПФ  $K(t)$  по зарегистрированным (или заданным) исходным данным: значениям входного сигнала  $x(t)$  и выходного сигнала  $f(t)$ . Следуя

определениям математической статистики, здесь и далее в работе под оценкой понимается значение некоторой характеристики, вычисленной (численно или аналитически) по выборке экспериментальных данных конечного объёма.

При решении практических задач в качестве исходных данных используются экспериментальные данные, или результаты измерений. Следовательно, выходной сигнал объекта  $f(t)$  может искажаться аддитивными шумами различной статистической природы, влияющими на точность искомого решения  $K(t)$ . Зашумлённый сигнал  $\tilde{f}(t)$  представляется в виде

$$\tilde{f}(t_i) = f(t_i) + \eta_i, \quad i = 1 \dots N, \quad (1.10)$$

где  $f(t_i)$  – точные значения выходного сигнала, измеряемые в узлах  $t_i$ ;  $\eta_i$  – случайный шум регистрации значений сигнала  $f(t_i)$ , характеризующийся нулевым средним значением и дисперсией  $\sigma_\eta^2$ ;  $N$  – количество узлов измерений.

Шумы измерений могут быть вызваны рядом различных причин: погрешностями, привносимыми измерительной аппаратурой; помехами при передаче сигнала по линии связи; условиями проведения эксперимента и эксплуатации соответствующего лабораторного оборудования. По признаку спектра выделяют стационарные шумы, характеризующиеся постоянством числовых характеристик, и нестационарные шумы, длящиеся промежутки времени, меньшие времени усреднения в измерителях [144]. В работе используются следующие статистические модели шумов измерений:

- белый гауссовский шум – стационарный случайный сигнал, характеризующийся некоррелированными между собой во временной области отсчётами, подчиняющимися нормальному распределению, и равномерным спектром, все составляющие которого имеют одинаковую энергию [37];

- импульсный шум – нестационарный шум в виде отдельных случайных выбросов (импульсов), возникающих с некоторой вероятностью  $p$  и существенно превосходящих по амплитуде уровень точного сигнала, характеризующийся дисперсией, существенно превышающей по уровню дисперсию белого шума [65];

- комбинация стационарного белого и импульсного шумов.

При искажении исходных данных задачи аддитивным случайным стационарным белым шумом измерений  $\eta_i$  с нулевым средним значением и отсчётами, характеризующимися одинаковой дисперсией  $\sigma_{\eta_i}^2 = \sigma_\eta^2$  и некоррелированными между собой, в данной работе считается, что эксперимент проводится в условиях нормальных измерений (НИ). При

искажении исходных данных задачи аддитивной смесью однородного стационарного белого шума (с теми же характеристиками, что и при НИ) и нестационарного импульсного шума, характеризующегося некоторой вероятностью возникновения импульсных всплесков  $p_\eta$ , в данной работе считается, что эксперимент проводится в условиях аномальных измерений (АИ).

Относительный уровень шума для сигнала в виде (1.10) вычисляется по формуле [63]

$$\delta_\eta = \frac{\|\tilde{f} - f\|}{\|f\|} = \frac{\|\eta\|}{\|f\|}, \quad (1.11)$$

где  $f$  – вектор, сформированный из значений точного сигнала  $f(t_i)$ ;  $\tilde{f}$  – вектор, сформированный из значений зашумлённого сигнала  $\tilde{f}(t_i)$ ;  $\eta$  – вектор случайной погрешности;  $\|f\| = \sqrt{\sum_{i=1}^M f_i^2}$  – евклидова норма вектора.

При искажении исходных данных задачи идентификации шумом измерений в виде (1.10), решение интегрального уравнения (1.9) становится некорректно поставленной по Адамару задачей вследствие нарушения условий (1.3), (1.8), что может привести к неустойчивости искомого решения к погрешностям задания исходных данных и требует применения РА.

Задачу (1.9) можно решать несколькими способами. Например, представить интегральное уравнение (1.9) в операторной форме, аппроксимируя его различными квадратурными формулами, или же воспользоваться многочисленными методами регуляризации (Тихонова, Денисова, Магницкого, Апарцина-Бакушинского, Воскобойникова-Томсона и т.д.). Однако, данные методы не учитывают случайный характер погрешностей измерений во входном сигнале, а также влияния импульсных шумов в исходных данных задачи идентификации. Существует подход, активно развиваемый в трудах А.С. Апарцина, когда решение интегральных уравнений типа Вольтерра происходит на основе явных формул обращения. Как показано в литературе [13; 155; 156; 158; 185; 221], такой подход имеет большую прикладную ценность и эффективен при решении практических задач идентификации энергетических объектов, поэтому используется в данной работе.

При сборе исходных данных измеряются отклики объекта  $f(t)$  на некоторое входное воздействие  $x(t)$ . В работе [13] показано решение задачи идентификации ИПФ  $K(t)$ , когда входной сигнал объекта  $x(t)$  есть  $\delta$ -функция Дирака. Однако, в работе [108] отмечается, что «...многие физические процессы не допускают импульсных входов». Предположим, что на



вход системы в момент времени  $t_0$  подаётся тестовый ступенчатый сигнал в виде функции Хевисайда

$$e(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases} \quad (1.12)$$

В работе [13] получена формула обращения интегрального уравнения (1.9) при входном воздействии  $x(t) = e(t)$ , согласно которой искомую ИПФ  $K(t)$  можно оценить путём дифференцирования выходного сигнала объекта  $f(t)$ :

$$K(t) = f'(t), \quad t \in [0, T]. \quad (1.13)$$

Доказательства существования и единственности решения уравнения (1.13) приводятся в работе [13].

При представлении выходного сигнала объекта в виде (1.10), задача (1.13) сводится к дифференцированию некоторой зашумлённой функции  $\tilde{f}(t)$ , что, как известно, является слабо некорректной задачей и требует применения специальных методов и алгоритмов, в том числе и РА. Достоинства и недостатки методов саморегуляризации отмечаются в п. 1.1.3. Необходимость вычисления производной от зашумлённых экспериментальных данных обуславливает разработку алгоритмов идентификации, способных учитывать данную особенность. В работе [38] отмечается, что применение сплайнов, в частности, СКС «обеспечивает высокое качество аппроксимации функций в ряде задач решения интегральных уравнений», в связи с чем этот аппарат получил широкое приложение в физических и технических задачах [49; 161; 207; 211; 212].

Тем не менее, недостаточно исследований представлено относительно применения СКС для устранения шума измерений высокого уровня или импульсного шума, равно как и относительно эффективного выбора параметра сглаживания сплайна в этих случаях. Кроме того, при построении СКС традиционно рассматривают классические КУ I или II рода, которые на практике вызывают существенные ошибки сглаживания.

В работе строится СКС с особым типом КУ – комбинированными КУ, позволяющими учесть специфику динамических характеристик конкретного объекта. Для оценки оптимального параметра сглаживания сплайна модифицируются статистический критерий оптимальности управляющего параметра РА и метод L-кривой. Даются рекомендации относительно выбора алгоритма оценивания параметра сглаживания в зависимости от наличия или отсутствия априорной информации о числовых характеристиках и модели шума измерений в исходных данных задачи идентификации. Исследования по данным вопросам

представлены в публикациях [26–28; 44; 45; 47; 48; 50; 232], в которых автор диссертации участвовала в разработке математической модели, в разработке численных методов и алгоритмов идентификации и их программной реализации, в проведении вычислительных экспериментов по идентификации и сглаживанию данных.

Разработан Алгоритм-1 идентификации ИПФ линейного объекта при ступенчатом входном воздействии. В публикациях [26–28] рассматривается этап предварительной фильтрации зашумлённых исходных данных задачи идентификации, автором диссертации лично проведены исследования пространственных алгоритмов фильтрации и анализ их эффективности, получены результаты вычислительных экспериментов, сформированы выводы относительно целесообразности включения этапа предварительной фильтрации исходных данных в алгоритм идентификации. Построение Алгоритма-1, исследование его эффективности и результаты вычислительных экспериментов представлены в монографии [63], а также в публикациях [51; 60; 65], в которых автором диссертации лично была получена математическая модель в виде уравнения Вольтерра II рода, а результаты диссертации использовались при проведении вычислительных экспериментов и анализе эффективности построенных алгоритмов идентификации при различных видах произвольных входных возмущений. Используемые эффективные численные методы и алгоритмы при участии автора диссертации реализованы в виде пакетов программ библиотечного типа [56; 58] (п. 4.2.1, 4.2.2), личный вклад автора: разработка алгоритмического обеспечения и программная реализация одномерных локально-пространственных фильтров и СКС с комбинированными КУ, визуализация разработанного программного обеспечения.

Теперь предположим, что входной сигнал объекта  $x(t)$  имеет произвольную форму и обладает достаточной гладкостью. В этом случае от интегрального уравнения Вольтерра I рода (1.7) переходят к интегральному уравнению Вольтерра II рода [38]

$$x(t) - \int_0^t K(t-s) \cdot x(s) ds = f(t), \quad t \in [0, T], \quad (1.14)$$

при этом соблюдаются условия (1.3), (1.8).

Как известно, решение уравнения (1.14) является корректно поставленной задачей. Аналогично уравнению (1.7), представим интеграл свёртки в уравнении (1.14) в традиционной для задачи идентификации форме [13; 23]

$$K(t) + \frac{1}{x(0)} \cdot \int_0^t x'_t(t-s) \cdot K(s) ds = \frac{f'(t)}{x(0)}, \quad t \in [0, T]. \quad (1.15)$$

Задача непараметрической идентификации переходной характеристики для модели (1.15) заключается в построении оценки ИПФ  $K(t)$  по зарегистрированным (или заданным) исходным данным: значениям входного сигнала  $x(t)$  и выходного сигнала  $f(t)$ .

Традиционно предполагается, что с некоторой погрешностью регистрируется только выходной сигнал объекта  $f(t)$ , в то время как входной сигнал  $x(t)$  измерен точно. На практике, как выход  $f(t)$ , так и вход  $x(t)$  могут искажаться аддитивными шумовыми составляющими различной статистической природы, а их наблюдаемые зашумлённые значения  $\tilde{f}(t)$ ,  $\tilde{x}(t)$  описываются соответствующими представлениями [150]:

$$\tilde{f}(t_i) = f(t_i) + \eta_i, \quad \tilde{x}(t_i) = x(t_i) + \xi_i, \quad i = 1 \dots N, \quad (1.16)$$

где  $\eta_i$ ,  $\xi_i$  – случайные шумы регистрации значений сигналов  $f(t_i)$ ,  $x(t_i)$  в узлах  $t_i$  соответственно, характеризующиеся нулевым средним значением и дисперсией  $\sigma_\eta^2$ . В данной работе считаем, что используемые статистические модели шумов  $\eta_i$ ,  $\xi_i$  соответствуют моделям НИ и АИ. Относительные уровни шума измерений для сигналов (1.16) вычисляются через нормы соответствующих векторов согласно формуле (1.11).

Очевидно, что при решении уравнения (1.15) снова возникает проблема дифференцирования зашумлённых функций  $\tilde{f}(t)$ ,  $\tilde{x}(t)$ . Для нахождения единственного устойчивого решения уравнения (1.15) с исходными данными в виде (1.16) используют детерминированные или статистические РА, подробно рассматриваемые в работах [59; 66; 74; 106; 127; 133; 168–172; 189; 200; 203; 208; 217], однако, в этом случае также возможно возникновение ряда трудностей. Чтобы применить РА, необходимо исходное интегральное уравнение (1.15) аппроксимировать СЛАУ с плохо обусловленной матрицей или же применить к уравнению (1.15) дискретную свёртку и построить РА на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ) согласно методикам, рассмотренным в работах [64; 66; 213]. Однако, при этом невозможно учесть случайный характер погрешностей измерений во входном сигнале объекта. В работе [94] отмечены сложности формирования периодической дискретной свёртки, а в работе [84] невозможность задания требуемого шага дискретизации приводит к большим ошибкам аппроксимации исходного интегрального уравнения (1.15).

Для устойчивого вычисления производных от зашумлённых исходных данных используется аппарат СКС с подбором КУ и параметра сглаживания сплайна с учётом специфики практической задачи: наличия или отсутствия априорной информации о числовых характеристиках и моделях шума измерений в исходных данных, а также поведения переходных характеристик объекта.

Разработан Алгоритм-2 идентификации ИПФ линейного объекта при произвольном входном воздействии. Рассматривается этап предварительной фильтрации зашумлённых исходных данных задачи идентификации и приводится анализ его эффективности. Построение Алгоритма-2, исследование его эффективности и результаты вычислительных экспериментов представлены в монографии [63], а также в публикациях [51; 60; 65]. Алгоритм-2 при участии автора диссертации реализован в виде прикладного ПВК «Идентификация динамики линейных объектов» (п. 4.3), личный вклад автора: разработка алгоритмического обеспечения и программная реализация этапов предварительной обработки зашумлённых исходных данных и аппроксимации интегрального уравнения Вольтерра II рода в представлении конечномерной СЛАУ.

В качестве приложения к задачам теплоэнергетики решаются задачи идентификации переходных процессов теплообмена элементов СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» Алгоритмами-1, -2 на основе натурной модели, представленной в п. 1.2. Публикация данных исследований представлена в статьях [25; 41; 211; 233], где автором диссертации лично выполнено: построение математической модели, проведение вычислительных экспериментов по идентификации и сглаживанию данных, интерпретация экспериментальных данных и полученных результатов, верификация построенной математической модели. Решение задач идентификации переходных характеристик элементов СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» реализовано в виде прикладного ПВК «Идентификация переходных процессов теплообмена в системе обеспечения микроклимата» [24], личный вклад автора диссертации: разработка алгоритмического обеспечения, программная реализация этапа идентификации переходных процессов теплообмена, визуализация разработанного программного обеспечения.

#### 1.4.2. Задача идентификации динамики нелинейных объектов и их специфика

Для моделирования динамики нелинейных объектов применяется активно разрабатываемый в последнее время математический аппарат интегро-степенных рядов Вольтерра, который впервые был рассмотрен в работе В. Вольтерра [40]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_{t_0}^t \dots \int_{t_0}^t K_n(t, s_1 \dots s_n) \cdot \prod_{k=1}^n x(s_k) ds_k \approx F[x(t)] = y(t), \quad t \in [0, T], \quad (1.17)$$

где  $x(t)$ ,  $y(t)$  – скалярные входной и выходной сигналы объекта соответственно, под которыми понимают отклонения от стационарных значений [9];  $K_n$  – ИПФ динамического объекта, называемые ядрами Вольтерра, которые необходимо идентифицировать.

Адекватность рядов Вольтерра математически обосновывается теоремой Фреше [191], которая является континуальным аналогом теоремы Вейерштрасса об аппроксимации непрерывной функции многочленами. Согласно теореме Фреше, всякое непрерывное на множестве непрерывных функций  $x(t) \in [0, T]$  отображение  $F[x(t)] = y(t)$  может быть сколь угодно точно аппроксимировано отрезком функционального ряда Вольтерра (1.17), доказательство приводится в работе [33].

Данный математический аппарат зарекомендовал свою эффективность для представления математических моделей нелинейных динамических систем и решения задач непараметрической идентификации. Использование рядов Вольтерра для математического моделирования технических объектов и систем (в частности, электро- и теплоэнергетических) рассматривается в работах [8; 22; 36; 69; 76; 77; 125; 138; 140; 142; 143; 155; 156; 158–160; 162; 185; 186; 192; 199; 220; 221; 239]. В работе [167] отмечается, что «аналитическое исследование нелинейных систем с помощью функциональных степенных рядов типа Вольтерра эквивалентно анализу нелинейных систем по экспериментальным данным». В работе [109] указана основная трудность применения рядов Вольтерра, связанная с превышением требования на слабую нелинейность, и в то же время выделяются такие достоинства, как отсутствие ограничения числовым диапазоном многочастотного ДПФ и простая (в сравнении с методом гармонического баланса) вычислительная процедура. Области применения функциональных рядов Вольтерра и решаемые задачи подробно рассмотрены в работах [109; 209; 227].

При работе со стационарным динамическим объектом ядра  $K_n$  зависят только от разности  $t - s_k$ ,  $k = 1 \dots n$ . Представим интегралы свёртки в (1.17) в форме, традиционной для задачи идентификации (как интегралы (1.9), (1.15)). Тогда математическая модель объекта, представленная конечным отрезком ряда Вольтерра, имеет вид

$$\sum_{n=1}^N \int_0^t \dots \int_0^t K_n(s_1 \dots s_n) \cdot \prod_{k=1}^n x(t - s_k) ds_k = f_n(t), \quad t \in [0, T], \quad (1.18)$$

$$y(t) = \sum_{n=1}^N f_n(t). \quad (1.19)$$

В соотношении (1.18) ядра  $K_n$  симметричны по всем аргументам исходя из физического смысла ИПФ.

В работах [9; 13] отмечается, что существует проблема выбора числа членов ряда (1.18)  $N$  для описания нелинейного объекта. Ограничиваясь конкретным значением  $N$ , мы ограничиваем аппроксимацию отклика  $y(t)$  реального объекта. В приложениях, как правило,

ограничиваются двумя-тремя первыми слагаемыми в силу того, что «при условии непрерывности  $y(t)$  и малых  $\|x(t)\|_{C_{[0,T]}}$  любую систему можно считать «почти» линейной» [13].

В данной работе модели нелинейных объектов строятся на основе квадратичного полинома Вольтерра. В соотношении (1.18)  $N = 2$ , тогда вместо (1.18) имеем

$$\int_0^t K_1(s) \cdot x(t-s) ds + \int_0^t \int_0^t K_2(s_1, s_2) \cdot x(t-s_1) \cdot x(t-s_2) ds_1 ds_2 = y(t), \quad t \in [0, T]. \quad (1.20)$$

В монографии А.С. Апарцина [9] излагается подход, основанный на редукции исходной задачи идентификации ядер Вольтерра  $K_n$  к решению многомерных интегральных уравнений Вольтерра I рода, допускающих явные формулы обращения. Линейный и квадратичный члены полинома (1.20) можно представить в виде

$$\int_0^t K_1(s) \cdot x(t-s) ds = f_1(t), \quad t \in [0, T], \quad (1.21)$$

$$\int_0^t \int_0^t K_2(s_1, s_2) \cdot x(t-s_1) \cdot x(t-s_2) ds_1 ds_2 = f_2(t), \quad t \in [0, T]. \quad (1.22)$$

Согласно методике идентификации ядер Вольтерра А.С. Апарцина, основанной на задании физически реализуемых семейств кусочно-постоянных сигналов [9], идентификация ядер  $K_n$  в уравнениях (1.21), (1.22) производится с помощью входных скалярных тестовых сигналов в виде линейной комбинации функций типа Хевисайда некоторой амплитуды  $A$  [185]:

$$x_{\omega_1 \dots \omega_{m-1}}^A(t) = A \cdot \left[ e(t) + 2 \sum_{k=1}^{m-2} (-1)^k \cdot e\left(t - \sum_{i=1}^k \omega_i\right) + (-1)^{m-1} \cdot e\left(t - \sum_{i=1}^{m-1} \omega_i\right) \right], \quad (1.23)$$

$$0 \leq t, \quad \omega_i \leq T, \quad i = 1, m-1, \quad m \geq 2.$$

Ещё одна трудность заключается в том, что в режиме активной идентификации измеряется суммарный отклик  $y(t)$  на задаваемое входное возмущение  $x(t)$ , в то время как для идентификации каждого ядра  $K_n$  нужно использовать  $n$ -ую составляющую суммы (1.19). Способы выделения откликов  $f_n(t)$  из  $y(t)$  рассматриваются в работах [9; 157].

Выделим отклики  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  в модели (1.19) для полинома (1.20) с помощью подхода, разработанного А.С. Апарциным и С.В. Солодушей и основанного на задании удвоенного

количества тестовых сигналов вида (1.23) с амплитудами  $A_1, A_2$ , величины которых выбираются из условия

$$A_1 + A_2 = 0.$$

В данной работе предполагается, что  $A_1 = -A_2$ , и в дальнейшем действуют обозначения  $A, -A$  такие, что  $A = A_1, -A = A_2$ .

«Для корректной постановки задачи решения ряда (1.18) необходимо задание набора откликов на как минимум  $(n-1)$ -параметрическое семейство тестовых возмущений  $x_{\omega_1 \dots \omega_{n-1}}(t)$ » [13]. Для модели (1.20) вводится однопараметрическое семейство тестовых возмущений с амплитудами  $A, -A$  согласно соотношению (1.23):

$$\begin{aligned} x_{\omega}^A(t) &= A \cdot [e(t) - e(t - \omega)], \\ x_{\omega}^{-A}(t) &= -A \cdot [e(t) - e(t - \omega)], \end{aligned} \quad (1.24)$$

где  $\Delta_2 = \{t, \omega : 0 \leq \omega \leq t \leq T\}$ . Вид входных воздействий  $x_{\omega}^A(t), x_{\omega}^{-A}(t)$  при фиксированном  $\omega$  представлен на Рисунке 1.16.

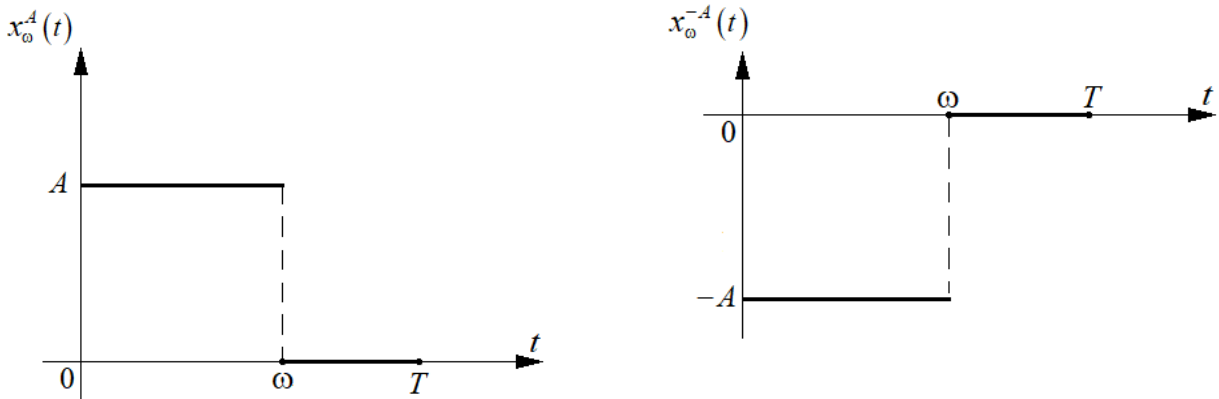


Рисунок 1.16 – Входные воздействия  $x_{\omega}^A(t), x_{\omega}^{-A}(t)$

Семейство (1.24) включает тестовые возмущения  $x^A(t) = A \cdot e(t), x^{-A}(t) = -A \cdot e(t)$ , обеспечивающие идентификацию ядра  $K_1(s)$ .

Для идентификации линейного ядра  $K_1(s)$ , подставляя в модель (1.20) входные тестовые сигналы  $x^A(t), x^{-A}(t)$  имеем

$$\begin{aligned}
A \cdot \int_0^t K_1(s) ds + A^2 \cdot \int_0^t \int_0^t K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 &= y^A(t), \quad t \in [0, T], \\
-A \cdot \int_0^t K_1(s) ds + A^2 \cdot \int_0^t \int_0^t K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 &= y^{-A}(t), \quad t \in [0, T].
\end{aligned} \tag{1.25}$$

С учётом задания входных сигналов в виде (1.24), выразим линейное слагаемое (1.21) полинома (1.20):  $\int_0^t K_1(s) ds = f_1(t)$ . На основе уравнений (1.25) выделим отклик  $f_1(t)$ :

$$f_1(t) = \frac{y^A(t) - y^{-A}(t)}{2 \cdot A}, \quad t \in [0, T].$$

Для идентификации квадратичного ядра  $K_2(s_1, s_2)$ , подставляя в модель (1.20) входные тестовые сигналы  $x_\omega^A(t)$ ,  $x_\omega^{-A}(t)$  (1.21), имеем

$$\begin{aligned}
A \cdot \int_{t-\omega}^t K_1(s) ds + A^2 \cdot \int_{t-\omega}^t \int_{t-\omega}^t K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 &= y^A(t, \omega), \quad t, \omega \in \Delta_2, \\
-A \cdot \int_{t-\omega}^t K_1(s) ds + A^2 \cdot \int_{t-\omega}^t \int_{t-\omega}^t K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 &= y^{-A}(t, \omega), \quad t, \omega \in \Delta_2.
\end{aligned} \tag{1.26}$$

С учётом задания входных сигналов в виде (1.24), выразим квадратичное слагаемое (1.22) полинома (1.20) при условии симметричности ядра  $K_2(s_1, s_2)$ :

$$\int_{t-\omega}^t \int_{t-\omega}^t K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 = f_2(t, \omega), \quad t, \omega \in \Delta_2. \tag{1.27}$$

При этом условии  $f_2(t, \omega) \in C_{\Delta_2}$  однозначно определяет симметричную функцию  $K_2(s_1, s_2)$  на квадрате  $\Pi = \{s_1, s_2 : 0 \leq s_1, s_2 \leq T\}$ . Теоремы существования и единственности решения уравнения (1.27) приводятся в работе [13]. На основе соотношений (1.26) выделим отклик  $f_2(t, \omega)$ :

$$f_2(t, \omega) = \frac{y^A(t, \omega) + y^{-A}(t, \omega)}{2 \cdot A^2}, \quad t, \omega \in \Delta_2. \tag{1.28}$$

Формулы обращения линейного (1.21) и квадратичного (1.22) членов квадратичного полинома Вольтерра соответственно с учётом симметричности ядра  $K_2$  имеют вид

$$K_1(t) = f_1'(t), \quad t \in [0, T], \tag{1.29}$$



$$K_2(t, t - \omega) = K_2(t - \omega, t) = \frac{f''_{2t\omega}(t, \omega) + f''_{2\omega^2}(t, \omega)}{2}, \quad t, \omega \in \Delta_2. \quad (1.30)$$

В работах С.В. Солодуши [155; 156; 158; 160; 221] рассматривается идентификация ядер Вольтерра квадратичного и кубического полиномов на основе аппроксимации интегралов квадратурными формулами средних прямоугольников. В данной работе идентификация ядра  $K_2(s_1, s_2)$  проводится на основе аппарата СБС. В этом случае при решении практических задач в качестве исходных данных используются результаты измерений. Модель зашумлённых значений двумерного сигнала  $\tilde{f}(t_i, \omega_j)$  представляется в виде

$$\tilde{f}(t_i, \omega_j) = f(t_i, \omega_j) + \eta_{i,j}, \quad i = 1 \dots N, j = 1 \dots N, \quad (1.31)$$

где  $\eta_{i,j}$  – случайный шум регистрации значений сигнала  $f(t_i, \omega_j)$  в узлах  $\{t_i, \omega_j\}$ , характеризующийся нулевым средним значением и дисперсией  $\sigma_\eta^2$ .

Очевидно, что идентификацию линейного ядра  $K_1(t)$  (1.29) можно свести к уже рассмотренному в п. 1.4.1 случаю по формуле обращения (1.13). Идентификация квадратичного ядра  $K_2(t, t - \omega)$  в формуле обращения (1.30) при представлении отклика  $f_2(t, \omega)$  в форме (1.31) требует устойчивого вычисления производных второго порядка  $f''_{2t\omega}(t, \omega)$ ,  $f''_{2\omega^2}(t, \omega)$  от зашумлённых экспериментальных данных. Для этого разрабатываются алгоритмы построения СБС для вычисления производных второго порядка. Для оценки оптимального параметра сглаживания сплайна вводятся новые понятия скалярного и векторного параметров сглаживания и предлагаются методики их оценивания на основе модификаций статистического критерия оптимальности управляющих параметров РА и метода L-кривой. Модифицируются алгоритмы фильтрации для проведения пред- и постобработки зашумлённых данных задачи идентификации. Исследования по данным вопросам представлены в публикациях [43; 62; 232], в которых результаты диссертации используются при проведении вычислительных экспериментов.

Разработан Алгоритм-3 идентификации ядра  $K_2$  квадратичного члена полинома Вольтерра. Построение Алгоритма-3, исследование его эффективности и результаты вычислительных экспериментов представлены в публикациях [46; 62], в которых автор диссертации участвовала в постановке задачи и разработке математической модели, в проведении вычислительных экспериментов; результаты по интерпретации исходных данных принадлежат автору лично. Используемые эффективные численные методы и алгоритмы при

участии автора диссертации реализованы в виде пакетов библиотечного типа [56; 57] (п. 4.2.1, 4.2.3.) и ПВК «Идентификация динамики нелинейных объектов» (п. 4.4), личный вклад автора: разработка алгоритмического обеспечения и программная реализация СБС с комбинированными КУ и этапов предварительной обработки зашумлённых исходных данных и постобработки найденных решений Алгоритма-3, визуализация разработанного программного обеспечения.

В качестве приложения к задачам теплоэнергетики рассматриваются задачи идентификации динамики теплообменника, динамики конденсатора в составе энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт на основе имитационных моделей, описанных в п. 1.3. Публикация данного исследования представлена в статьях [43; 46; 54; 62], где автором лично выполнена постановка задачи и интерпретация результатов вычислительного эксперимента.

#### **1.4.3. Основные подходы к фильтрации зашумлённых данных**

При работе с экспериментальными данными важно максимально удалять из них шумовые составляющие, сохраняя при этом значения точного исходного сигнала с минимальными искажениями. Для этих целей существуют различные алгоритмы фильтрации зашумлённых данных. Фильтрация является этапом предобработки исходных зашумлённых данных задачи идентификации или постобработки найденных решений с целью удаления остаточных шумов. Здесь и далее под остаточным шумом будем понимать шум, который присутствует в сигнале после его обработки некоторым алгоритмом фильтрации.

В работе [66] методы фильтрации случайных шумов измерений по способу обработки исходных данных разделяют на частотные и пространственные.

Частотная фильтрация представлена алгоритмами фильтрации в частотной области, или области значений переменных ортогонального преобразования [74]. Для устранения шумовых составляющих в практических задачах, в особенности для очистки информационных сигналов от помех, часто применяют многочисленные и детально разработанные подходы на основе ДПФ, рассматриваемые в работах [66; 94; 213]. Применение алгоритмов Фурье-фильтрации способствует эффективному снижению уровня аддитивных шумов измерений, подчиняющихся нормальному распределению. Несмотря на популярность и востребованность данного математического аппарата, его использование ограничено. В частности, фильтры на основе ДПФ не позволяют обрабатывать изолированные особенности сигналов [66; 212]. Также в работе [21] отмечается, что классический аппарат ДПФ при обработке нестационарных сигналов может привести к неоднозначной интерпретации полученных

результатов. В зависимости от спектрального состава сигнала и шума и целей обработки могут применяться цифровые фильтры высоких и низких частот, полосовые, полосно-заграждающие или полосно-пропускающие фильтры, фазовые корректоры [21; 75; 107]. Работа А. Хаара [195], в которой впервые был предложен ортонормированный базис функций, локализованных во времени, и труды Л.И. Мандельштама [110], в которых происходит замена гармонических функций, положили начало теории вейвлет-анализа [210; 214]. В настоящее время подходы на основе вейвлет-преобразования, позволяющие эффективно удалять локальные помехи [42; 53; 66; 74; 83; 183; 230], являются наиболее перспективными средствами фильтрации сигналов и изображений.

Схема работы частотных алгоритмов фильтрации в векторно-матричной форме изображена на Рисунке 1.17 и описывается следующими шагами.

1. Нахождение вектора зашумлённых коэффициентов  $\tilde{F}$  некоторого прямого дискретного преобразования  $W$  исходного вектора зашумлённого сигнала  $\tilde{f}$  по правилу:  $\tilde{F} = W \cdot \tilde{f}$ .

2. Обработка коэффициентов вектора  $\tilde{F}$ , найденных на предыдущем шаге, с помощью нелинейного матричного оператора  $A(\alpha)$ , величина относительной ошибки которого зависит от некоторого управляющего параметра  $\alpha$ . Именно на этом этапе происходит построение оценок коэффициентов  $\hat{F}_\alpha = A(\alpha) \cdot \tilde{F}$ , значения которых зависят от параметра  $\alpha$ , определяющего качество фильтрации. Также на этом этапе происходит выбор оценки управляющего параметра алгоритма фильтрации с целью минимизации относительной ошибки сглаживания.

3. Нахождение вектора отфильтрованных значений коэффициентов  $\hat{f}_\alpha$ , вычисленных при заданном параметре  $\alpha$  с помощью обратного дискретного преобразования  $W^{-1}$ :  $\hat{f}_\alpha = W^{-1} \cdot \hat{F}_\alpha$  и вычисление дискретного сигнала  $\hat{f}(t_i) = \hat{f}_{\alpha_i}$ ,  $i = 1 \dots N$ .

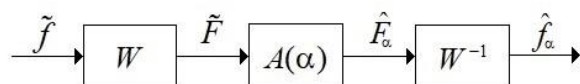


Рисунок 1.17 – Схема работы алгоритмов частотной фильтрации

Пространственная фильтрация представлена алгоритмами фильтрации во временной или в пространственной области. В этом случае происходит непосредственная обработка зарегистрированных зашумлённых значений исходного сигнала [49].

В алгоритмах локально-пространственной фильтрации (ЛПФ) для обработки всего зашумлённого сигнала некоторая апертура фильтра, которая много меньше длины обрабатываемого сигнала, перемещается по сигналу. Фильтрация происходит по принципу попадания значений исходного сигнала в апертуру и его преобразования [49; 234]. От выбора апертуры фильтра зависит степень сглаживания шума измерений в исходном сигнале. Апертура фильтра является управляющим параметром алгоритмов ЛПФ, с помощью которого можно регулировать величину относительной ошибки фильтрации. Так, в работе [229] отмечается, что при малых размерах апертуры контрастные составляющие сигнала хорошо сохраняются, но шум измерений фильтруется слабо, а при завышенных размерах апертуры возможно переглаживание данных, и контрастные составляющие сигнала будут размыты. Размер апертуры может быть фиксированным и задаваться априорно согласно правилам, показанным в работе [66]. Такие алгоритмы ЛПФ, как фильтры, основанные на вычислении средних значений (среднего арифметического, среднего геометрического), или фильтры, основанные на порядковых статистиках (медианный, максимума, минимума), широко распространены на практике и подробно рассмотрены в работах [20; 32; 66; 201; 229; 234].

В публикациях [26–28; 48] автором диссертации рассмотрена работа пространственного фильтра скользящего среднего (ФСС), интервального фильтра скользящего среднего (ИФ), медианного фильтра (МФ) и комбинированного фильтра (КФ). Показано, что ФСС и ИФ хорошо сглаживают однородные шумы измерений, но не справляются с импульсными шумами. МФ способен устранять импульсные шумы, сохраняя при этом контрастные составляющие исходного сигнала, но эффективность фильтрации однородных шумов не так высока. Работа КФ является сочетанием МФ (для устранения импульсных помех) и ФСС (для более эффективного устранения однородных шумов). В работе [66] показано, что при использовании КФ достигаются наименьшие значения относительных ошибок фильтрации за счёт способности данного фильтра одновременно сглаживать однородные шумы и устранять импульсные. В разрабатываемых алгоритмах идентификации КФ используется на этапе предварительной обработки зашумлённых исходных данных и на этапе постобработки найденных решений.

Примером глобального пространственного фильтра, в котором апертура принимается равной длине зашумлённого сигнала, могут служить методы сплайн-аппроксимации, подробно рассматриваемые в работах [32; 85; 161; 207; 212; 232; 237]. Глобальные алгоритмы пространственной фильтрации позволяют учесть гладкость исходного точного сигнала, поэтому данный метод эффективен при фильтрации даже сильно зашумлённых сигналов или при наличии импульсных шумов, что нередко встречается при обработке экспериментальных данных [32; 42; 150; 161; 201; 208]. Сглаживающие сплайны, эффективность применения

которых в сочетании с нелинейными алгоритмами фильтрации повышается, используются для устойчивого дифференцирования зашумлённых исходных данных задач идентификации.

По характеру вычислений результата обработки того или иного алгоритма фильтрации можно выделить линейные и нелинейные алгоритмы.

В линейных алгоритмах фильтрации вычисление происходит на основе линейных операций, а в их работе используются спектральные характеристики и корреляционные функции стационарных сигналов [66; 83]. Примером линейных фильтров также являются алгоритмы на основе ДПФ. При решении практических и прикладных задач чаще всего приходится иметь дело с экспериментально полученными нестационарными сигналами, и при их обработке линейными алгоритмами Фурье-фильтрации необходимо учитывать соответствующие ограничения классического спектрального анализа, рассматриваемые в работах [94; 183; 212], и использовать ортонормированный базис функций, локализованных во времени [195].

Нелинейные алгоритмы вейвлет-фильтрации позволяют учесть эти ограничения и достаточно эффективно удалять шумы измерений при отсутствии априорной информации. Как отмечается в работе [42], вейвлеты представляют собой совокупность функций с локализацией по времени и по частоте, которые порождаются одной базовой функцией-вейвлетом при её смещении и растяжении по временной оси. Эффективным и хорошо изученным подходом является использование дискретного вейвлет-преобразования в рамках многомасштабного анализа с заданием пороговой функции в пространстве вейвлет-коэффициентов [66; 183]. Пороговые алгоритмы вейвлет-фильтрации используются в разрабатываемых алгоритмах идентификации на этапе предварительной обработки зашумлённых исходных данных задачи для устранения однородных шумов.

## 1.5. Выводы

Определена предметная область исследования – линейные и нелинейные стационарные динамические объекты с сосредоточенными параметрами; в качестве приложений рассматриваются теплоэнергетические объекты. Для описания динамики исследуемых объектов выбираются модели на основе интегральных уравнений вольтерровского типа, которые зарекомендовали свою эффективность при решении практических задач идентификации. Структура исследуемых динамических объектов сложна, либо о ней не имеется исчерпывающей информации, поэтому для объектов учитываются динамические характеристики типа «вход-выход».

Определены задачи, которые решаются в работе – это задачи непараметрической идентификации переходных характеристик динамических объектов на основе экспериментальных исходных данных – входных и выходных сигналов. Показано, что решение таких задач с помощью квадратурных формул или классических регуляризирующих алгоритмов не учитывает специфики работы с экспериментальными данными, искажёнными аддитивными шумами измерений различной статистической природы, а также особенностей практических задач идентификации, в связи с чем возникает необходимость разработки новых устойчивых алгоритмов идентификации.

Для описания динамики линейных объектов используются интегральные уравнения Вольтерра I и II рода типа свёртки, нелинейных – квадратичный полином Вольтерра. В качестве приложения к задачам теплоэнергетики будут решаться задачи идентификации переходных процессов теплообмена элементов системы обеспечения микроклимата в помещении, задача идентификации переходной характеристики теплообменника, задача идентификации переходной характеристики конденсатора в составе энергоблока электростанции. Рассматриваются натурная модель системы обеспечения микроклимата «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение» и имитационные модели теплообменника и конденсатора, которые принимаются в качестве эталонных.

Кратко обсуждается методологическая основа используемого математического аппарата, алгоритмов фильтрации шумов измерений в исходных данных, устойчивого дифференцирования зашумлённых сигналов. Определены задачи разрабатываемых алгоритмов идентификации и методы, используемые для их построения.

## **Глава 2. Идентификация динамики линейных объектов на основе интегральных уравнений Вольтерра**

В данной главе рассматриваются задачи идентификации переходных характеристик линейных динамических объектов типа «вход-выход» с помощью интегральных уравнений Вольтерра I и II рода и разрабатываются алгоритмы идентификации импульсных переходных функций при ступенчатом и произвольном входных воздействиях. Показывается применение разработанных алгоритмов для интерпретации натурального эксперимента в системе обеспечения микроклимата «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение» на основе построенных математических моделей и решение задач непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена в этой системе.

В п. 2.1 приводится постановка задач непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена в теплоэнергетической системе «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение» при скачкообразном изменении тепловой мощности воздухонагревателя. Представлена схема идентификации переходных процессов для подсистемы терморегулирования «Установка» и её объектов – воздухонагревателя и вентилятора – в заданном режиме работы системы.

В п. 2.2 рассматривается работа алгоритмов пороговой вейвлет-фильтрации, локально-пространственного комбинированного фильтра и область их применимости в разрабатываемых алгоритмах идентификации. Обсуждается важность вычисления оценки оптимального значения управляющего параметра фильтрации и её влияние на величину относительной ошибки фильтрации. Показана методика оценивания величины порога для алгоритма вейвлет-фильтрации и размеров апертур комбинированного фильтра на основе статистического критерия оптимальности. Рассматривается эффективность алгоритмов фильтрации при различных моделях шумов измерений в исходном сигнале.

В п. 2.3 излагается методика построения сглаживающего кубического сплайна для нового типа комбинированных краевых условий, которые задаются исходя из специфики решаемой задачи. Приводятся матрицы коэффициентов сплайна с комбинированными краевыми условиями. Представлены модификации статистического критерия оптимальности и метода L-кривой для оценивания оптимального параметра сглаживания сплайна при заданной и неизвестной дисперсии шума измерений в исходном сигнале. Приводится статистический анализ результатов численных экспериментов по устойчивому дифференцированию зашумлённых данных сглаживающим кубическим сплайном.

В п. 2.4, 2.5 рассматривается построение устойчивых алгоритмов непараметрической идентификации импульсных переходных функций линейных динамических объектов. Предложены два алгоритма: Алгоритм-1 на основе интегрального уравнения Вольтерра I рода при ступенчатом входном воздействии и Алгоритм-2 на основе интегрального уравнения Вольтерра II рода при произвольном входном воздействии. Обсуждаются результаты тестирования разработанных алгоритмов идентификации.

П. 2.6 посвящён применению разработанных алгоритмов для решения практических задач идентификации переходных процессов теплообмена элементов системы обеспечения микроклимата «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение» и для проверки адекватности математических моделей исследуемых объектов на основе данных натурального эксперимента.

В п. 2.7 перечислены выводы по результатам второй главы.

### **2.1. Задача идентификации переходных процессов теплообмена элементов системы «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение»**

Рассмотрим задачи непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена, возникающие в теплоэнергетической системе обеспечения микроклимата «ВН-ВЕНТ-ПОМ», натурная модель которой представлена в п. 1.2, при скачкообразном изменении тепловой мощности ВН  $N$  на 0,1 (от 0 до 0,1 – от 0,01 кВт до 1,2 кВт) и фиксированной производительности ВЕНТ  $V = 0,4$  (28 Гц) при разогреве теплового потока.

СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» может быть представлена комбинацией двух разнотипных более простых подсистем: подсистемы терморегулирования УСТ и контролируемой подсистемы ПОМ, характеризующихся различными протекающими в них физическими процессами. При этом подсистема ПОМ не включается в общую схему идентификации, поскольку процессы, протекающие в ней, непредсказуемы и носят стохастический характер [41]. Подсистема терморегулирования УСТ управляет параметрами микроклимата СОМ и включает два более простых объекта – ВН и ВЕНТ.

Динамическое состояние подсистемы терморегулирования и её объектов определяется внешними или внутренними возмущениями. Для ВН внешние возмущения – это изменения различных параметров (скорости теплового потока  $u$ , относительной влажности воздуха  $\phi_{пр}$ , температуры  $T_1$  и т.д.) на входе объекта, а внутреннее – скачок тепловой мощности ВН  $N$ . В данном режиме работы СОМ, при воздействии внутреннего скачкообразного возмущения на ВН, изменяются выходные параметры объекта, и это состояние ВН называется активным. Для ВЕНТ внешнее возмущение – это изменение температуры  $T_2$  на входе объекта, а внутреннее – скачок производительности  $V$  на ВЕНТ. В данном режиме работы СОМ  $V = \text{const} = 0,4$ , таким



образом, при воздействии только внешних возмущений (изменение входных параметров) изменяются выходные параметры объекта, и это состояние ВЕНТ в работе [117] определяется как реактивное.

Задачи непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена решаются для объектов ВН, ВЕНТ, УСТ. В п. 1.2 было показано, что все исследуемые объекты линейны и стационарны. Поскольку физические процессы, протекающие в системе, многотипны и сложны для представления в математической форме, для их аналитического описания воспользуемся моделью в терминах «вход-выход» в форме интегрального уравнения Вольтерра I рода типа свёртки (1.9)

$$\int_0^t x_j(t-s) \cdot K_j(s) ds = f_j(t), \quad t \in [0, T],$$

где  $j \in [1, 3]$  – номер исследуемого объекта, индекс 1 в данной задаче определяет характеристики для ВН, индекс 2 – для ВЕНТ, индекс 3 – для УСТ. Модели исследуемых объектов представлены на Рисунках 1.10-1.12.

Задачи непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена, возникающие в подсистеме терморегулирования УСТ, заключаются в построении оценок ИПФ  $\hat{K}_1(t)$ ,  $\hat{K}_2(t)$ ,  $\hat{K}_3(t)$  при скачкообразном изменении тепловой мощности ВН  $N$  по измеренным значениям соответствующих входных сигналов  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$  и выходных сигналов  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $f_3(t)$  исследуемых объектов. Для проверки адекватности математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента рассматривается решение прямых задач определения реакций объектов  $\hat{f}_1(t)$ ,  $\hat{f}_2(t)$ ,  $\hat{f}_3(t)$  на соответствующие входные возмущения  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$  на основе построенных оценок ИПФ  $\hat{K}_1(t)$ ,  $\hat{K}_2(t)$ ,  $\hat{K}_3(t)$ .

Входные и выходные сигналы объектов регистрируются на отрезке  $[0, T]$  в равноотстоящих точках измерений

$$t_i = i \cdot h, \quad i = 1 \dots N \quad (2.1)$$

эквилидистантно с шагом  $h = \frac{T}{N} = 1$  с, где  $T = 500$  с,  $N = 501$  – количество узлов измерений.

На Рисунке 2.1 представлена схема процесса идентификации для подсистемы терморегулирования и её объектов при рассматриваемом режиме работы СОМ.

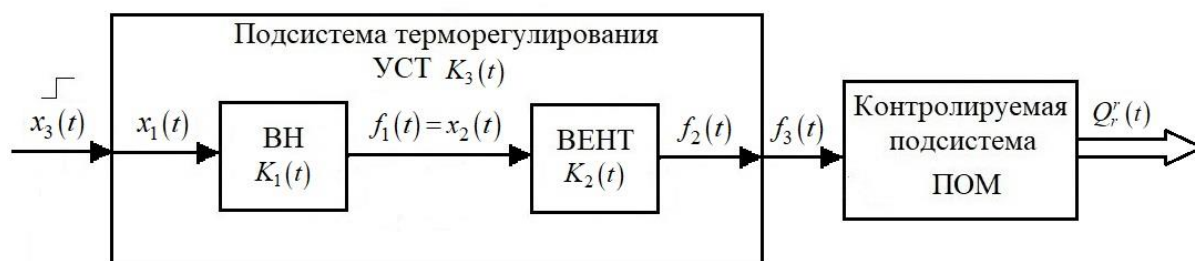


Рисунок 2.1 – Схема идентификации переходных процессов в СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ»

На схеме идентификации (Рисунок 2.1): входные сигналы  $x_1(t) = \text{const}$ ,  $x_3(t) = \text{const}$  представляют собой скачок тепловой мощности ВН  $N$  постоянной амплитуды  $A = 0,1$ ; выходные сигналы объектов строятся по экспериментально полученным характеристикам (данным натурного эксперимента):  $f_1(t) = Q_h^r(t)$ ,  $f_2(t) = Q_f^r(t)$ ,  $f_3(t) = Q_s^r(t)$ , причём выходные сигналы могут искажаться аддитивными случайными шумами измерений, и тогда допускают представление (1.10); входной сигнал  $x_2(t) = f_1(t)$  – произвольный и может допускать представление (1.16). Несмотря на то, что идентификация ИПФ подсистемы ПОМ не рассматривается, в данном режиме работы СОМ возможно определить её переходный процесс  $Q_r^r(t)$  – как отмечается в п. 1.2, вид характеристики  $Q_r^r(t)$  будет аналогичен характеристике  $Q_s^r(t)$ , но развивается в противофазе к ней. Оценки ИПФ  $\hat{K}_1(t)$ ,  $\hat{K}_2(t)$ ,  $\hat{K}_3(t)$  находятся с помощью рассматриваемых в работе эффективных численных методов и алгоритмов идентификации.

Верификация построенных математических моделей и разработанных алгоритмов идентификации выполняется при нахождении оценок выходных сигналов объектов  $\hat{f}_1(t)$ ,  $\hat{f}_2(t)$ ,  $\hat{f}_3(t)$  на основе соответствующих оценок ИПФ  $\hat{K}_1(t)$ ,  $\hat{K}_2(t)$ ,  $\hat{K}_3(t)$  путём их сравнения с характеристиками  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $f_3(t)$ , принимаемыми в качестве эталонных.

Решение поставленных задач реализуется с помощью прикладного ПВК «Идентификация переходных процессов теплообмена в системе обеспечения микроклимата» [24].

## 2.2. Алгоритмы фильтрации зашумлённых данных в задачах идентификации

В параграфе рассматривается работа двух алгоритмов фильтрации, предлагаемых для предобработки исходных зашумлённых данных и постобработки найденных решений в задачах идентификации: пороговая вейвлет-фильтрация и локально-пространственный

комбинированный фильтр. Обсуждаются результаты исследований алгоритмов и эффективность их использования в случае моделей шумов измерений, соответствующих нормальным и аномальным измерениям.

### 2.2.1. Пороговый алгоритм вейвлет-фильтрации

В исследованиях автора по теме диссертации, представленных в работах [26; 47; 51; 60; 65], отмечается, что одним из эффективных способов повышения точности решений, получаемых разрабатываемыми алгоритмами идентификации, является включение в эти алгоритмы этапов предобработки зашумлённых исходных данных и постобработки найденных решений. Для этих целей в диссертационной работе используются алгоритмы фильтрации, способные максимально удалять из исходного сигнала шумовые составляющие, сохраняя при этом его точные значения с минимальными искажениями. Обоснование выбора алгоритмов фильтрации, используемых при разработке алгоритмов идентификации, приводится в п. 1.4.3.

В алгоритмах вейвлет-фильтрации основным соотношением является выражение для восстановления сигнала  $f(t)$  по его коэффициентам разложения на  $J$ -ом уровне, называемое многомасштабным представлением сигнала  $f(t)$  [210]:

$$\hat{f}^{\text{BФ}}(t) = \sum_k \hat{a}_{j_0+J,k} \cdot \varphi_{j_0+J,k}(t) + \sum_{j=j_0+1}^{j_0+J} \sum_k \hat{d}_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(t), \quad t \in [0, T], \quad (2.2)$$

где  $\{\varphi_{j,k}(t)\}$  – система ортогональных масштабирующих функций (отцовские функции);  $\{\psi_{j,k}(t)\}$  – система ортогональных вейвлет-функций (материнские функции);  $j_0$  – начальный уровень разложения, определяемый через конкретное задание аппроксимирующих коэффициентов [214]  $a_{j_0,k} = f_k = f(t_k)$ ,  $k = 0 \dots N-1$ ;  $j$  – уровень разложения, или коэффициент масштаба;  $J$  – количество уровней разложения;  $k$  – временной сдвиг базисных функций.

Аппроксимирующие коэффициенты разложения  $a_{j,k}$  и детализирующие коэффициенты разложения  $d_{j,k}$  определяются выражениями

$$\begin{aligned} a_{j,k} &= \int f(t) \cdot \varphi_{j,k}(t) dt, \\ d_{j,k} &= \int f(t) \cdot \psi_{j,k}(t) dt. \end{aligned} \quad (2.3)$$

В основе алгоритмов вейвлет-фильтрации лежат следующие свойства вейвлет-разложения, показанные в работах [63; 214; 231]:

- коэффициенты вейвлет-преобразования делятся на информативные, в которых непосредственно содержится информация о точных значениях сигнала  $f(t)$ , и незначимые (шумовые), значения которых обусловлены шумовыми составляющими. Для точно заданных сигналов незначимые коэффициенты, очевидно, очень малы по абсолютному значению, либо равны нулю. В работе [42] показано, что подавляющее большинство коэффициентов  $d_{j,k}$  точной функции  $f(t)$  мало отличны от нуля, при этом коэффициенты  $\tilde{d}_{j,k}$  зашумлённой функции  $\tilde{f}(t)$  с небольшим уровнем разложения ( $j = 1, j = 3$ ) сильно искажаются, что может стать причиной возникновения существенных ошибок фильтрации;

- равномерность распределения шумов измерений по коэффициентам вейвлет-преобразования. Если значения шума измерений  $\eta_i$  некоррелированы между собой и характеризуются одинаковой дисперсией  $\sigma_{\eta_i}^2 = \sigma_{\eta}^2$ , то и коэффициенты разложения шума  $\eta$  по базису ортогональных вейвлетов будут некоррелированы, с одинаковой дисперсией.

Из этих свойств следует, что для эффективной фильтрации шума измерений в сигнале  $\tilde{f}(t)$  с помощью вейвлет-преобразования необходимо обработать найденные с погрешностями коэффициенты  $\tilde{a}_{j,k}, \tilde{d}_{j,k}$  так, чтобы уменьшить их дисперсию.

Алгоритм вейвлет-фильтрации включает три этапа.

*Этап 1.* Прямое вейвлет-преобразование от зашумлённой функции  $\tilde{f}(t)$ .

На этом этапе непосредственно вычисляются аппроксимирующие коэффициенты  $\tilde{a}_{j,k}$  и детализирующие коэффициенты  $\tilde{d}_{j,k}$  согласно формуле (2.3). Вычисление большого количества интегралов от осциллирующих функций в формуле (2.3) с некоторой заданной точностью вызывает существенные вычислительные затраты. В работах [210; 214] эта проблема решается таким же способом, как и для ДПФ (использование быстрого преобразования Фурье) – с помощью алгоритма Маала быстрого вейвлет-преобразования. Вычисление коэффициентов быстрого вейвлет-преобразования рассматривается в работе [42].

*Этап 2.* Обработка коэффициентов разложения  $\tilde{a}_{j,k}, \tilde{d}_{j,k}$ .

На этом этапе строятся оценки для точных неизвестных коэффициентов  $a_{j,k}, d_{j,k}$ . Как показано в работах [210; 214], относительные погрешности детализирующих коэффициентов на порядок и более превышают значения относительных погрешностей аппроксимирующих коэффициентов, поэтому обрабатываются только детализирующие коэффициенты  $\tilde{d}_{j,k}$ .

В пороговом алгоритме вейвлет-фильтрации, применяемом в диссертационной работе, обработка детализирующих коэффициентов разложения производится на основе различных пороговых функций, рассматриваемых в [187; 193; 230]: hard, soft, garrote, hyperbolic и т.д.

Работа этих функций строится на принципе зануления очередного коэффициента разложения, меньшего по абсолютной величине, чем некоторое заданное пороговое значение. На практике широко применяются однопараметрические пороговые функции, зависящие от одного управляющего параметра – величины порога  $\lambda$ . Если обозначить некоторую пороговую функцию как  $T(\tilde{d}_{j,k}, \lambda)$ , то оценки для точных неизвестных коэффициентов  $d_{j,k}$  вычисляются как

$$\hat{d}_{j,k} = T(\tilde{d}_{j,k}, \lambda).$$

В работах [42; 53; 55] показано, что наиболее эффективное удаление шумов измерений различной статистической природы из исходных данных осуществляется с помощью жёсткой (hard) и гиперболической (hyperbolic) пороговых функций.

Жёсткая пороговая функция  $T_H(\tilde{d}_{j,k}, \lambda)$  (Рисунок 2.2, сплошная кривая) вычисляется согласно формуле

$$T_H(\tilde{d}_{j,k}, \lambda) = \begin{cases} 0 & \text{при } |\tilde{d}_{j,k}| \leq \lambda, \\ \tilde{d}_{j,k} & \text{при } |\tilde{d}_{j,k}| > \lambda, \end{cases} \quad (2.4)$$

где  $\lambda$  – задаваемая величина порога. Жёсткую пороговую функцию эффективно применять при низком уровне шума измерений.

Гиперболическая пороговая функция  $T_{HYP}(\tilde{d}_{j,k}, \lambda)$  (Рисунок 2.2, штриховая кривая) вычисляется согласно формуле

$$T_{HYP}(\tilde{d}_{j,k}, \lambda) = \begin{cases} \text{sign}(\tilde{d}_{j,k}) \cdot \sqrt{\tilde{d}_{j,k}^2 - \lambda^2} & \text{при } |\tilde{d}_{j,k}| \geq \lambda, \\ 0 & \text{при } |\tilde{d}_{j,k}| < \lambda. \end{cases} \quad (2.5)$$

Гиперболическая пороговая функция наиболее эффективно работает на контрастных сигналах или при достаточно высоком уровне шума измерений.

В работах [32; 44; 208] показано, что ошибка фильтрации (сглаживания) зашумлённых данных в линейных алгоритмах фильтрации в большой степени определяется величиной некоторого управляющего параметра, которым в алгоритме вейвлет-фильтрации является порог  $\lambda$ . Поэтому вычисление оптимального значения параметра  $\lambda$  является важным этапом фильтрации, который оказывает существенное влияние на ошибку фильтрации и,

следовательно, на точность искомого решения в дальнейшем. Алгоритмы вейвлет-фильтрации нелинейны, но при заданном значении параметра  $\lambda$  их можно рассматривать как линейные.

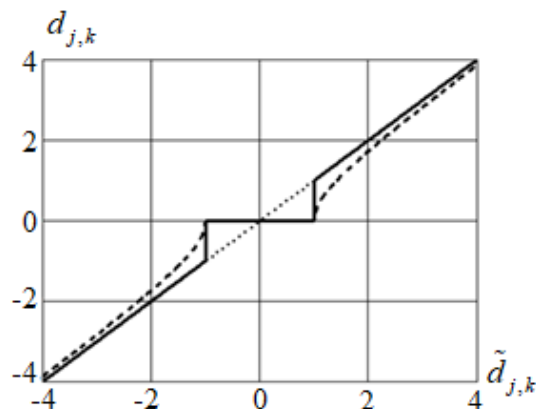


Рисунок 2.2 – Пороговые функции  $T_H(\tilde{d}_{j,k}, \lambda)$  (сплошная кривая)

и  $T_{HYP}(\tilde{d}_{j,k}, \lambda)$  (штриховая кривая) при  $\lambda = 1$

Источник: [42, с.128]

Следовательно, значение параметра  $\lambda$  должно выбираться таким, чтобы минимизировать функционал среднеквадратической ошибки (СКО) фильтрации [42] при конечном значении дисперсии шума измерений  $\sigma_\eta^2$ :

$$\Delta(\lambda) = M \left[ \|W_{f,\lambda} - f\|^2 \right], \quad (2.6)$$

где  $W_{f,\lambda}$  – вейвлет-преобразование функции  $\tilde{f}(t)$ ;  $W_{f,\lambda}$  и  $f$  – векторы с  $N$  проекциями, сформированные из значений  $W_{f,\lambda}(t_i), f(t_i)$ . Значение порога, доставляющее минимум функционалу (2.6), в работе [66] называется оптимальным значением порога  $\lambda_{opt}$ , для вычисления которого требуется на практике неизвестная априорная информация о точном сигнале  $f(t)$  [49]. Поэтому прибегают к различным методам оценивания  $\lambda_{opt}$ .

В работах [49; 64; 66; 67; 208] рассматриваются несколько алгоритмов построения оценки оптимальных значений управляющих параметров линейных алгоритмов фильтрации. Как отмечается в работе [67], выбор управляющего параметра на основе принципа невязки приводит к завышенным (по сравнению с оптимальными) значениям оценки. Алгоритмы выбора управляющего параметра на основе методов перекрёстной значимости и L-кривой подразумевают, что дисперсия шума измерений  $\sigma_\eta^2$  не задана, и оценку приходится строить по имеющейся информации. Кроме того, в работах [48; 64; 67] показано, что даже при небольшой наблюдаемой коррелированности отсчётов шума измерений  $\eta_i$  между собой найденная оценка

может оказаться меньше оптимального значения на два и более порядка, что существенно снижает в дальнейшем точность искомого решения.

В данной работе выбор управляющих параметров алгоритмов фильтрации при заданной дисперсии шума измерений  $\sigma_\eta^2$  проводится на основе статистического критерия оптимальности, который позволяет наиболее эффективно вычислять оценку оптимального управляющего параметра даже в случае коррелированности значений шума  $\eta_i$  между собой. Критерий оптимальности зарекомендовал свою эффективность при оценивании оптимальных управляющих параметров РА и алгоритмов фильтрации данных, его математический аппарат подробно рассмотрен в работах [42; 66; 228; 229; 231]. В частности, в работах [32; 42; 47; 53] показано, что при обработке коэффициентов разложения зашумлённых сигналов и изображений пороговыми алгоритмами наилучшая оценка пороговой величины  $\lambda_W$  найдена именно с помощью критерия оптимальности.

Обобщая алгоритм выбора оптимального управляющего параметра для выбора порогового значения  $\lambda$ , определим проекции вектора невязки как  $e_i(\lambda) = \tilde{f}(t_i) - W_{f,\lambda}(t_i)$  и введём статистику [42]

$$\rho_W(\lambda) = \frac{1}{\sigma_\eta^2} \cdot \langle e_\lambda, \tilde{f} \rangle,$$

где  $\langle e_\lambda, \tilde{f} \rangle$  – скалярное произведение двух векторов. Проверка основной статистической гипотезы критерия оптимальности [66] при значении параметра  $\lambda = \lambda_W$  сводится к проверке аппроксимации статистики  $\rho_W(\lambda)$  с помощью  $\chi_N^2$ -распределения с  $N$  степенями свободы. В качестве оценки  $\lambda_W$  для оптимального порогового значения  $\lambda_{opt}$  принимается величина, при которой справедливо неравенство

$$\mathfrak{G}_{N,\beta/2} \leq \rho_W(\lambda) \leq \mathfrak{G}_{N,1-\beta/2}, \quad (2.7)$$

где  $\mathfrak{G}_{N,\beta/2}$ ,  $\mathfrak{G}_{N,1-\beta/2}$  – квантили  $\chi_N^2$ -распределения уровней  $\beta/2$ ,  $1 - \beta/2$  соответственно. Тогда основная статистическая гипотеза принимается с вероятностью ошибки первого рода  $\beta = 0,05$ , а соответствующее значение  $\lambda_W$  является оценкой оптимального параметра  $\lambda_{opt}$ .

Условие существования конечного значения  $\lambda_W$ , для которого справедливо неравенство (2.7), доказано в работе [42] и определяется соотношением

$$\rho_W(\infty) = \frac{1}{\sigma_\eta^2} \cdot \sum_{i=1}^N \tilde{f}_i^2 > \mathfrak{G}_{N,1-\beta/2}.$$

Исследования, представленные в работах [42; 66], показали, что при  $\lambda = \lambda_W$  СКО фильтрации превышает ошибку, вычисленную при  $\lambda = \lambda_{\text{opt}}$ , не более чем на 10%, что позволяет говорить о высокой точности такой оценки порогового значения.

*Этап 3.* Обратное вейвлет-преобразование от коэффициентов  $\hat{a}_{j,k}, \hat{d}_{j,k}$ , полученных на предыдущем этапе.

Методика быстрой вейвлет-реконструкции подробно описана в работе [210].

В диссертационной работе пороговый алгоритм вейвлет-фильтрации используется на этапах предобработки исходных данных задач идентификации для фильтрации однородных шумов измерений.

### 2.2.2. Локально-пространственный комбинированный фильтр

Работа пространственного КФ является сочетанием алгоритмов МФ (для устранения импульсных помех) и ФСС (для более эффективного устранения однородного шума). Выходной сигнал КФ при обработке значений зашумлённого исходного сигнала  $\tilde{f}_i$  определяется следующим алгоритмом [177].

*Этап 1.* Построение оценки МФ

$$\hat{f}_j^{\text{МФ}} = \text{med}_L \left( \tilde{f}_{j-L}, \tilde{f}_{j-L+1}, \dots, \tilde{f}_{j+L} \right), \quad (2.8)$$

где  $\text{med}_L$  – функция, вычисляющая медианное значение из  $2 \cdot L + 1$  значений в скобках;  $L$  – апертура МФ.

*Этап 2.* Построение оценки ИФ на основе оценки МФ (2.8)

$$\hat{f}_j^{\text{КФ}} = \text{aver}_K \left( \hat{f}_i^{\text{МФ}} : j - K \leq i \leq j + K, \left| \hat{f}_i^{\text{МФ}} - \hat{f}_j^{\text{МФ}} \right| \leq \Delta_f \right), \quad (2.9)$$

где  $\text{aver}_K$  – функция, вычисляющая среднее значение из  $2 \cdot K + 1$  значений в скобках;  $K, L$  – апертуры фильтров, причём  $K \geq L$ . Усреднение происходит только по значениям  $\hat{f}_i^{\text{МФ}}$  из интервала  $\left[ \hat{f}_j^{\text{МФ}} - \Delta_f, \hat{f}_j^{\text{МФ}} + \Delta_f \right]$ , благодаря чему не происходит сглаживания контрастных составляющих точного сигнала. Значение параметра  $\Delta_f$  определяется по правилу «двух сигм» [61]  $\Delta_f = 2 \cdot \sigma_{\eta}$ , согласно которому значения нормально распределённого случайного сигнала с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_{\eta}^2$  попадают в интервал  $\left[ -\Delta_f, +\Delta_f \right]$  с вероятностью 95%.

Апертуры фильтра  $K, L$  можно интерпретировать как управляющие параметры КФ и вычислить их оценки  $K_W, L_W$ , вновь обратившись к статистическому критерию



оптимальности линейных алгоритмов фильтрации. Алгоритмы ЛПФ нелинейны, но при заданных значениях апертур фильтров  $K, L$  их можно рассматривать как линейные. В работах [229; 234] подробно изложена процедура оценивания оптимальных управляющих параметров для ЛПФ. Обобщая алгоритм выбора оценки оптимального управляющего параметра для выбора апертуры фильтра  $K$ , определим проекции вектора невязки как  $e_i(K) = \tilde{f}(t_i) - \hat{f}_K(t_i)$  и введём статистику

$$\rho_W(K) = \frac{1}{\sigma_\eta^2} \cdot \langle e_K, \tilde{f} \rangle.$$

В качестве оценки  $K_W$  оптимального порогового значения  $K_{\text{opt}}$  принимается величина, при которой справедливо неравенство

$$\vartheta_{N,\beta/2} \leq \rho_W(K) \leq \vartheta_{N,1-\beta/2}.$$

Оценка апертуры фильтра  $L$  вычисляется аналогично.

В работе КФ будет использоваться на этапах предобработки исходных данных задач идентификации и постобработки найденных решений для устранения остаточного шума.

Необходимо отметить, что рассмотренные в п. 2.2.1, 2.2.2 алгоритмы фильтрации не только способны эффективно устранять шумы различной статистической природы, но также могут оказывать негативное влияние на их свойства. В работах [26; 47; 60] показано, что фильтрация сигналов, искажённых случайным белым или импульсным шумом измерений, может привести к проседанию спектра остаточного шума и его перемещению в область низких частот, т.е., остаточный шум становится цветным и характеризуется существенной корреляцией между соседними отсчётами. В дальнейшем подобный эффект может привести к увеличению относительной ошибки идентификации.

Свойства остаточного шума и его спектральный анализ подробно исследовались в работах автора [26; 27; 47]. В ходе исследований было установлено, что при фильтрации однородного шума измерений вейвлет-алгоритмами удаётся эффективно снизить уровень остаточного шума, но его спектр меняется, что может негативно сказываться при поиске регуляризованного решения. Пространственный алгоритм КФ в случае однородного шума измерений позволяет добиться чуть меньшего снижения уровня исходного шума, но при этом, что очень важно, спектр исходного шума не проседает.

При наличии импульсного шума в исследуемом сигнале уровень относительной ошибки фильтрации выше, чем при наличии однородного белого шума, и этот факт также может негативно сказаться впоследствии на величине относительной ошибки идентификации. КФ

хорошо редуцирует импульсные помехи, но статистические свойства исходного шума измерений при этом могут меняться, о чём следует помнить в ходе дальнейшей обработки отфильтрованных данных.

В случае искажения исходных данных задачи идентификации импульсными помехами рекомендуется проводить предварительную фильтрацию сигналов алгоритмом КФ. В случае искажения исходных данных однородным шумом уровня  $\delta_n \geq 10\%$  целесообразно проводить предварительную обработку алгоритмом вейвлет-фильтрации. Как будет показано далее в работе, предварительная фильтрация импульсного шума и однородного шума высокого уровня необходима, поскольку в этих случаях негативный эффект от изменения статистических характеристик шума несущественен, в то время как отсутствие предобработки зашумлённых данных может привести к неприемлемым значениям относительной ошибки идентификации.

### **2.3. Сглаживающий кубический сплайн в задачах устойчивого дифференцирования зашумлённых данных**

Излагается подход к построению сглаживающего кубического сплайна при новом типе краевых условий. Приводятся модификации статистического критерия оптимальности управляющих параметров линейных алгоритмов фильтрации и метода L-кривой для оценивания оптимального параметра сглаживания. Исследуется эффективность применения сглаживающего кубического сплайна в задачах дифференцирования зашумлённых сигналов на основе статистического анализа результатов численных экспериментов.

#### **2.3.1. Сглаживающий кубический сплайн**

Как известно, в пространстве непрерывных функций операция дифференцирования является некорректно поставленной задачей – сколь угодно малая погрешность задания некоторой функции может вызвать сколь угодно большие ошибки при её дифференцировании, что нарушает условие устойчивости по Адамару [168; 196]. В работах [192; 208] отмечается, что осциллирующая форма производной  $\tilde{f}'(t)$  некоторой зашумлённой функции  $\tilde{f}(t)$  характерна для неустойчивых решений некорректно поставленных задач. Для получения устойчивых решений необходимо вычислять производные от зашумлённых экспериментальных сигналов, устойчивые к погрешностям шумов измерений, для чего предлагается использовать аппарат СКС.

Будем считать, что на отрезке  $[0, T_f]$  заданы  $N$  узлов таким образом, что

$$0 = t_1 < t_2 < \dots < t_N = T_f, \quad (2.10)$$

и в этих узлах определены значения функции  $f_i = f(t_i)$ ,  $i = 1 \dots N$ . Функция  $S_f(t)$  называется сглаживающим кубическим сплайном для функции  $f(t)$  с узлами (2.10), если отвечает следующим свойствам [85].

1. На каждом полуинтервале  $[t_i, t_{i+1})$  функция  $S_f(t)$  представлена кубическим полиномом

$$S_f(t) = a_i + b_i \cdot (t - t_i) + c_i \cdot (t - t_i)^2 + d_i \cdot (t - t_i)^3. \quad (2.11)$$

2. Функция  $S_f(t)$  дважды непрерывно дифференцируема на всём отрезке  $[0, T_f]$ .

Функция  $S_f(t)$  называется интерполяционным сплайном, если выполняется дополнительное условие прохождения сплайна через все узлы (2.10) функции  $f(t)$

$$S_f(t_i) = f_i, \quad i = 1 \dots N. \quad (2.12)$$

Для построения интерполяционного сплайна необходимо определить  $4 \cdot (N - 1)$  коэффициентов. Каждая из  $N - 1$  кубических кривых в формуле (2.11) вычисляется на основе четырёх коэффициентов –  $a_i, b_i, c_i, d_i$  – согласно правилам, показанным в [226]. Непрерывность сплайна и производных первого и второго порядков во внутренних узлах задают  $3 \cdot (N - 2)$  коэффициентов, а вместе с условиями интерполяции (2.12) – это  $4 \cdot (N - 6)$  коэффициентов. Ещё два коэффициента задаются в виде КУ для производных сплайна на концах отрезка  $[0, T_f]$  в точках  $t_1$  и  $t_N$ .

Ниже представлены два типа классических КУ, которые сами по себе или в комбинации являются актуальными при построении устойчивых алгоритмов идентификации [49].

1. КУ I рода, задающие значения производной первого порядка (касательной) на краях сплайна:

$$S'_f(t_1) = f'(t_1), \quad S'_f(t_N) = f'(t_N).$$

2. КУ II рода, задающие значения производной второго порядка (кривизны) на краях сплайна:

$$S''_f(t_1) = f''(t_1), \quad S''_f(t_N) = f''(t_N).$$

КУ II рода с нулевой производной второго порядка традиционно называются естественными, и для СКС такое ограничение является частным случаем КУ II рода, когда на концах сплайна производные второго порядка задаются равными нулю:

$$S_f''(t_1) = S_f''(t_N) = 0. \quad (2.13)$$

В работах [63; 85; 207; 212] показано, что при выборе некоторых оптимальных значений весовых множителей  $p_i$  и параметра сглаживания  $\alpha$ , СКС с естественными КУ вида (2.13) единственен и доставляет минимум функционалу [49; 85]

$$F_\alpha(S) = \alpha \cdot \int_{t_1}^{t_N} |S_f''(t)|^2 dt + \sum_{i=1}^N p_i^{-1} \cdot (f_i - S_f(t_i))^2, \quad (2.14)$$

где  $p_i^{-1} \geq 0, i = 1 \dots N, \alpha \in [0; \infty)$ .

Слагаемое  $\alpha \cdot \int_{t_1}^{t_N} |S_f''(t)|^2 dt$  в формуле (2.14) называется стабилизирующим функционалом, и от него зависит гладкость построенного сплайна. Слагаемое  $\sum_{i=1}^N p_i^{-1} \cdot (f_i - S_f(t_i))^2$  называется функционалом невязки. Можно заметить, что от величины параметра сглаживания непосредственно зависит степень сглаженности зашумлённых данных. Так, при  $\alpha = 0$  фильтрация шума измерений отсутствует, поскольку сглаживающий сплайн проходит через все заданные точки сглаживаемой функции и превращается в интерполяционный сплайн; при  $\alpha \rightarrow \infty$  наблюдается эффект переглаживания зашумлённых данных, и вместе с шумом измерений также удаляются и информативные составляющие точного сигнала, а сплайн вырождается при этом в прямую линию. Поскольку СКС не проходит через значения  $f_i$ , его применяют для сглаживания зашумлённых сигналов и фильтрации шумов измерений.

Тем не менее, как отмечается в работе [45], задание естественных КУ вида (2.13) может привести к существенным значениям ошибок идентификации, обусловленных ошибками дифференцирования СКС в области малых значений (слева) и в области больших значений (справа) аргумента СКС, при этом вдали от границ влияние КУ уже незначительно. В работах [41; 211] отмечается, что подобный негативный эффект можно минимизировать, если задавать КУ исходя из специфики решаемой задачи.

При решении задач идентификации, в которых требуется вычислить оценку ИПФ, для ряда динамических систем известно поведение или желаемые значения искомой ИПФ  $K(t)$  на её краях. Так, к примеру, для устойчивых колебательных звеньев или апериодического звена II

порядка определено, что  $K(0)=0, K(T)=0$  [238]. При решении практических задач идентификации также могут быть априорно известны значения ИПФ  $K(0), K(T)$ , либо же задано требование о желаемом поведении искомой ИПФ  $K(t)$ . Кроме того, в ряде задач идентификации можно вычислить значения производных сигнала для построенных сплайнов.

С учётом подобной априорной информации в работе предлагается использовать **комбинированные КУ**, когда значения слева и справа могут одновременно задаваться комбинацией описанных выше классических КУ I рода и естественных КУ:

- слева – значение производной первого порядка, справа – нулевая производная второго порядка:

$$s_1 = S'_f(t_1) = f'(t_1), s_N = S''_f(t_N) = 0; \quad (2.15)$$

- слева – нулевая производная второго порядка, справа – значение производной первого порядка:

$$s_1 = S''_f(t_1) = 0, s_N = S'_f(t_N) = f'(t_N). \quad (2.16)$$

КУ на значения производных первого порядка в (2.15), (2.16) целесообразно использовать при наличии информации о точных значениях  $f'(t_1), f'(t_N)$ ; если же такая информация отсутствует, то следует обратиться к естественным КУ вида (2.13). Вычисление коэффициентов сплайна и оптимального параметра сглаживания для КУ I и II рода подробно исследовано и описано в работах [45; 48]. В рамках диссертационного исследования в дальнейшем будем полагать, что задаются комбинированные КУ, позволяющие учитывать специфику решаемых практических задач.

### 2.3.2. Вычисление коэффициентов сглаживающего кубического сплайна

Будем считать, что некоторый точный сигнал  $f(t)$  искажается случайным шумом измерений  $\eta$  с нулевым средним и некоррелированными между собой отсчётами, характеризующимися одинаковой дисперсией  $\sigma_{\eta_i}^2 = \sigma_{\eta}^2$  во всех узлах измерений  $i = 1 \dots N$ . Тогда зашумлённый сигнал  $\tilde{f}(t)$  допускает представление (1.10).

Методика вычисления коэффициентов СКС при заданном параметре сглаживания  $\alpha$  разнится в зависимости от выбираемых КУ [49; 85]. Неизвестные значения производных второго порядка СКС в узлах  $M_i = f''(t_i)$  для КУ вида (2.15) при  $i = 1 \dots N-1, M_N = 0$

вычисляются согласно системе уравнений, сформированной на основе системы, представленной в работе [49]:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 \cdot M_1 + \mu_1 \cdot M_2 + \beta_1 \cdot M_3 &= D_1; \\
\mu_1 \cdot M_1 + \lambda_2 \cdot M_2 + \mu_2 \cdot M_3 + \beta_2 \cdot M_4 &= D_2; \\
\beta_{i-2} \cdot M_{i-2} + \mu_{i-1} \cdot M_{i-1} + \lambda_i \cdot M_i + \mu_i \cdot M_{i+1} + \beta_i \cdot M_{i+2} &= D_i, \quad i = 3 \dots N-3; \\
\beta_{N-4} \cdot M_{N-4} + \mu_{N-3} \cdot M_{N-3} + \lambda_{N-2} \cdot M_{N-2} + \mu_{N-1} \cdot M_{N-1} &= D_{N-2}; \\
\beta_{N-3} \cdot M_{N-3} + \mu_{N-2} \cdot M_{N-2} + \lambda_{N-1} \cdot M_{N-1} &= D_{N-1}.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Неизвестные значения производных второго порядка в узлах  $M_i = f''(t_i)$  для КУ вида (2.16) при  $i = 2 \dots N$ ,  $M_1 = 0$  вычисляются согласно системе уравнений

$$\begin{aligned}
\lambda_2 \cdot M_1 + \mu_2 \cdot M_2 + \beta_2 \cdot M_3 &= D_1; \\
\mu_2 \cdot M_1 + \lambda_3 \cdot M_2 + \mu_3 \cdot M_3 + \beta_3 \cdot M_4 &= D_2; \\
\beta_{i-2} \cdot M_{i-2} + \mu_{i-1} \cdot M_{i-1} + \lambda_i \cdot M_i + \mu_i \cdot M_{i+1} + \beta_i \cdot M_{i+2} &= D_i, \quad i = 3 \dots N-2; \\
\beta_{N-3} \cdot M_{N-3} + \mu_{N-2} \cdot M_{N-2} + \lambda_{N-1} \cdot M_{N-1} + \mu_{N-1} \cdot M_N &= D_{N-1}; \\
\beta_{N-2} \cdot M_{N-2} + \mu_{N-1} \cdot M_{N-1} + \lambda_N \cdot M_N &= D_N.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Для СКС с комбинированными КУ вида (2.15) при исходных зашумлённых значениях функции  $\tilde{f}(t_i)$  и шаге по времени  $h_i = t_{i+1} - t_i$ ,  $i = 1 \dots N-1$  коэффициенты системы уравнений (2.17) вычисляются как

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \frac{h_1}{3} + \alpha \cdot \left( \frac{p_1 + p_2}{h_1^2} \right); \\
\lambda_i &= \frac{h_{i-1} + h_i}{3} + \alpha \cdot \left( \frac{p_{i-1} + p_i}{h_{i-1}^2} + \frac{p_{i+1} + p_i}{h_i^2} + \frac{2p_i}{h_i \cdot h_{i-1}} \right), \quad i = 2 \dots N-1; \\
\mu_1 &= \frac{h_1}{6} - \alpha \cdot \left[ \frac{p_1}{h_1^2} + \frac{p_2}{h_1} \cdot \left( \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \right]; \\
\mu_{N-1} &= \frac{h_{N-1}}{6} - \alpha \cdot \left[ \frac{p_N}{h_{N-1}^2} + \frac{p_{N-1}}{h_{N-1}} \cdot \left( \frac{1}{h_{N-2}} + \frac{1}{h_{N-1}} \right) \right]; \\
\mu_i &= \frac{h_i}{6} - \frac{\alpha}{h_i} \cdot \left[ p_i \cdot \left( \frac{1}{h_{i-1}} + \frac{1}{h_i} \right) + p_{i+1} \cdot \left( \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{i+1}} \right) \right], \quad i = 2 \dots N-2; \\
\beta_i &= \alpha \cdot \frac{p_{i+1}}{h_i \cdot h_{i+1}}, \quad i = 1 \dots N-1;
\end{aligned}$$

$$D_1 = \frac{\tilde{f}_2 - \tilde{f}_1}{h_1} - s_1;$$

$$D_i = \frac{\tilde{f}_{i+1} - \tilde{f}_i}{h_i} + \frac{\tilde{f}_{i-1} - \tilde{f}_i}{h_{i-1}}, \quad i = 2 \dots N-1.$$

Для СКС с комбинированными КУ вида (2.16) коэффициенты системы уравнений (2.18) вычисляются как

$$\lambda_i = \frac{h_{i-1} + h_i}{3} + \alpha \cdot \left( \frac{p_{i-1} + p_i}{h_{i-1}^2} + \frac{p_{i+1} + p_i}{h_i^2} + \frac{2 \cdot p_i}{h_i \cdot h_{i-1}} \right), \quad i = 2 \dots N-1;$$

$$\lambda_N = \frac{h_{N-1}}{3} + \alpha \cdot \left( \frac{p_{N-1} + p_N}{h_{N-1}^2} \right);$$

$$\mu_1 = \frac{h_1}{6} - \alpha \cdot \left[ \frac{p_1}{h_1^2} + \frac{p_2}{h_1} \cdot \left( \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \right];$$

$$\mu_{N-1} = \frac{h_{N-1}}{6} - \alpha \cdot \left[ \frac{p_N}{h_{N-1}^2} + \frac{p_{N-1}}{h_{N-1}} \cdot \left( \frac{1}{h_{N-2}} + \frac{1}{h_{N-1}} \right) \right];$$

$$\mu_i = \frac{h_i}{6} - \frac{\alpha}{h_i} \cdot \left[ p_i \cdot \left( \frac{1}{h_{i-1}} + \frac{1}{h_i} \right) + p_{i+1} \cdot \left( \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{i+1}} \right) \right], \quad i = 2 \dots N-2;$$

$$\beta_i = \alpha \cdot \frac{p_{i+1}}{h_i \cdot h_{i+1}}, \quad i = 1 \dots N-1;$$

$$D_i = \frac{\tilde{f}_{i+1} - \tilde{f}_i}{h_i} + \frac{\tilde{f}_{i-1} - \tilde{f}_i}{h_{i-1}}, \quad i = 1 \dots N-1;$$

$$D_N = \frac{\tilde{f}_{N-1} - \tilde{f}_N}{h_{N-1}} + s_N.$$

Коэффициенты СКС  $a_i$  есть значения СКС в узлах  $t_i$ :

$$a_1 = S_{f,\alpha}(t_1) = \tilde{f}_1 - \alpha \cdot p_1 \cdot \frac{M_2 - M_1}{h_1}; \quad (2.19)$$

$$a_N = S_{f,\alpha}(t_N) = \tilde{f}_N - \alpha \cdot p_N \cdot \frac{M_{N-1} - M_N}{h_{N-1}};$$

$$a_i = S_{f,\alpha}(t_i) = \tilde{f}_i - \alpha \cdot p_i \cdot \left( \frac{M_{i+1} - M_i}{h_i} - \frac{M_i - M_{i-1}}{h_{i-1}} \right), \quad i = 2 \dots N-1;$$

где  $S_{f,\alpha}$  – СКС для функции  $f(t)$ , построенный при заданном значении параметра сглаживания  $\alpha$ , выбор которого рассматривается в п. 2.3.3, 2.3.4.

Коэффициенты СКС  $b_i, d_i$  вычисляются по формулам, показанным в работе [231]:

$$b_i = \frac{a_{i+1} - a_i}{h_i} - h_i \cdot \frac{M_{i+1} + 2M_i}{6}, \quad i = 1 \dots N; \quad (2.20)$$

$$d_i = \frac{M_{i+1} - M_i}{6 \cdot h_i}, \quad i = 1 \dots N.$$

Коэффициенты СКС  $c_i$  вычисляются по формулам (2.21), (2.22) для КУ вида (2.15), (2.16) соответственно:

$$c_i = \frac{M_i}{2}, \quad i = 1 \dots N-1, \quad c_N = 0; \quad (2.21)$$

$$c_1 = 0, \quad c_i = \frac{M_i}{2}, \quad i = 2 \dots N. \quad (2.22)$$

Соотношения (2.19)-(2.22) позволяют вычислить коэффициенты СКС при заданных значениях весовых множителей  $p_i$  и параметра сглаживания  $\alpha$ , выбор которых рассматривается в п. 2.3.3, 2.3.4.

### 2.3.3. Оценивание оптимального параметра сглаживания при заданной дисперсии шума измерений

В работе [85] отмечается, что при фиксированном значении параметра сглаживания  $\alpha$  весовые множители  $p_i \geq 0$  показывают, насколько близко подходит сплайн к исходным значениям функции  $\tilde{f}_i$ : чем меньше величина весовых множителей, тем ближе сплайн  $S_{f,\alpha}(t)$  подходит к  $\tilde{f}_i$ . При условии равноточных измерений, когда все шумовые реализации  $\eta_i$  характеризуются одинаковой заданной дисперсией  $\sigma_{\eta_i}^2 = \sigma_{\eta}^2$ , весовые множители задаются как

$$p_i = \text{const} \cdot \sigma_{\eta_i}^2, \quad p_1 = p_2 = \dots = p_{N-1} = p_N = \text{const} > 0.$$

Адаптируя условия выбора управляющего параметра линейного алгоритма фильтрации для параметра сглаживания  $\alpha$ , получим, что при заданной дисперсии шума измерений значение  $\alpha$  должно выбираться таким, чтобы:

- удовлетворять условию сходимости [63]

$$\lim \max_i |S_{f,\alpha}(t_i) - f(t_i)| = 0 \quad \text{при} \quad \sum_{i=1}^N \sigma_{\eta_i}^2 \rightarrow 0; \quad (2.23)$$



• при конечном значении дисперсии шума измерений минимизировать функционал СКО сглаживания

$$\Delta(\alpha) = M \left[ \|S_{f,\alpha} - f\|^2 \right]. \quad (2.24)$$

Значение параметра сглаживания  $\alpha$ , доставляющее минимум функционалу (2.24), называется оптимальным значением параметра сглаживания  $\alpha_{\text{opt}}$ .

При заданном  $\alpha$  алгоритм СКС становится линейным, поэтому для поиска оценки  $\alpha_W$  оптимального параметра сглаживания применяется критерий оптимальности линейных алгоритмов фильтрации. Обобщая эту методику для выбора оптимального параметра сглаживания СКС, определим проекции вектора невязки как  $e_i(\alpha) = \tilde{f}(t_i) - S_{f,\alpha}(t_i)$  и введём статистику

$$\rho_W(\alpha) = \sum_{i=1}^N \frac{e_i(\alpha) \cdot \tilde{f}_i}{\sigma_{\eta_i}^2}. \quad (2.25)$$

Оценка  $\alpha_W$  для оптимального значения параметра сглаживания  $\alpha_{\text{opt}}$  определяется из неравенства

$$\vartheta_{N,\beta/2} \leq \rho_W(\alpha) \leq \vartheta_{N,1-\beta/2}. \quad (2.26)$$

Из статистики (2.25) следует, что оценка  $\alpha_W$  является решением с помощью итерационных алгоритмов нелинейного уравнения

$$\rho_W(\alpha) = N.$$

Очередное приближённое решение, удовлетворяющее условию (2.7), принимается в качестве оценки  $\alpha_W$  оптимального параметра сглаживания.

На практике для вычисления  $\vartheta_{N,\beta/2}$ ,  $\vartheta_{N,1-\beta/2}$  в неравенстве (2.26) при  $\beta = 0,05$  используют формулы, хорошо аппроксимирующие квантили  $\chi_N^2$ -распределения

$$\vartheta_{N;0,025} = N - 1,96 \cdot \sqrt{2N}, \quad \vartheta_{N;0,975} = N + 1,96 \cdot \sqrt{2N}. \quad (2.27)$$

Неравенство

$$\left| S_{f,\alpha_W}(t_i) - f(t_i) \right| \leq \left| S_{f,\alpha_W}(t_i) - \tilde{f}(t_i) \right| + \left| \tilde{f}(t_i) - f(t_i) \right| = \left| e_i(\alpha_W) \right| + \left| \eta_i \right| \quad (2.28)$$

доказывает сходимость СКС при заданном параметре сглаживания  $\alpha_W$  [237]. Поскольку границы интервала (2.26)  $\vartheta_{N,\beta/2}$ ,  $\vartheta_{N,1-\beta/2}$  не зависят от дисперсии шума измерений  $\sigma_{\eta}^2$ , то из статистики (2.25) следует, что невязка  $i$ -го измерения  $e_i(\alpha)$  и его дисперсия  $\sigma_{\eta_i}^2$  стремятся к нулю с одинаковой скоростью:  $|e_i(\alpha)| \sim \sigma_{\eta_i}^2$ . Так как  $|\eta_i| \sim \sigma_{\eta_i}$ , то при  $\sigma_{\eta_i}^2 \rightarrow 0$  в неравенстве (2.28)  $|e_i(\alpha_W)| \rightarrow 0$  и  $|\eta_i| \rightarrow 0$ , и сходимость СКС при заданном параметре сглаживания  $\alpha_W$  очевидна.

В качестве меры ошибки фильтрации в данной работе принимается относительная ошибка сглаживания как функция параметра сглаживания, определяемая по формуле

$$\delta_f(\alpha) = \frac{\|S_{f,\alpha} - f\|}{\|f\|}. \quad (2.29)$$

Типичное поведение ошибки сглаживания  $\delta_f(\alpha)$  показано на Рисунке 2.3 сплошной кривой. Для иллюстрации оптимальности вычисленной оценки  $\alpha_W$  на Рисунке 2.3 штриховой кривой показаны значения статистики  $\rho_W(\alpha)$ , определяемые согласно соотношению (2.25); точечными прямыми выделены границы интервала  $\vartheta_{N;0,025}$  и  $\vartheta_{N;0,975}$ , вычисленные по формуле (2.27).

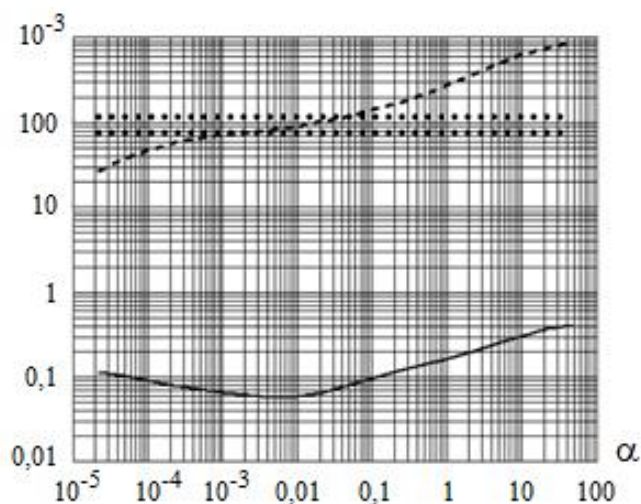


Рисунок 2.3 – Выбор оценки оптимального параметра сглаживания  $\alpha_W$  по значениям  $\rho_W(\alpha)$  (штриховая кривая), попавшим в интервал  $[\vartheta_{N;0,025}, \vartheta_{N;0,975}]$  (точечные прямые) в области минимума относительной ошибки сглаживания  $\delta_f(\alpha)$  (сплошная кривая)

На Рисунке 2.3 видно, что значения оценок оптимального параметра  $\alpha_W$ , для которых справедливо неравенство (2.26), находятся в области минимума относительной ошибки

сглаживания  $\delta_f(\alpha)$ . Очевидно, что «таких значений оценок  $\alpha_{opt}$  может быть несколько, но все они удовлетворяют основной статистической гипотезе» [67]. Для задачи дифференцирования зашумлённых сигналов аппарат СКС с подбором оптимального параметра сглаживания является РА и становится линейным алгоритмом фильтрации.

### 2.3.4. Оценивание оптимального параметра сглаживания при неизвестной дисперсии шума измерений

Описанная в п. 2.3.3 методика оценивания оптимального параметра сглаживания на основе критерия оптимальности подразумевает, что дисперсия шума измерений в некотором зашумлённом сигнале задана. Поэтому такая методика подходит для решения модельных задач и проведения активной идентификации, когда исследователь имеет возможность управлять входными воздействиями и самостоятельно задавать уровни шумов измерений в исследуемых сигналах. Однако, при решении практических задач идентификации исследователь имеет набор экспериментальных данных, снятых с лабораторного или промышленного оборудования, которые регистрируются с некоторыми погрешностями. В этом случае, очевидно, отсутствует априорная информация о точных значениях обрабатываемого сигнала, а также об уровне и числовых характеристиках аддитивных шумов измерений, которые этот сигнал искажают. Выбор оптимального параметра сглаживания должен осуществляться с помощью алгоритмов, не требующих задания дисперсии шума измерений.

Метод L-кривой подробно описан в литературе [64; 67; 236] и активно используется в теории решения некорректных задач [188; 217] и теории регрессионного анализа [204]. В диссертационной работе приводится модификация метода L-кривой для оценивания оптимального параметра сглаживания СКС.

В уравнении (2.14) обозначим стабилизирующий функционал и функционал невязки как координаты в декартовой системе [64]:

$$\rho(\alpha) = \sum_{i=1}^N p_i^{-1} (\tilde{f}_i - S_{f,\alpha}(t_i))^2, \quad (2.30)$$

$$\gamma(\alpha) = \int_{t_1}^{t_N} |S_{f,\alpha}''(t)|^2 dt.$$

Вычисление функционала невязки  $\rho(\alpha)$  из формулы (2.30) при заданном параметре сглаживания возможно на основе выражения (2.11).

Для вычисления стабилизирующего функционала  $\gamma(\alpha)$  из формулы (2.30) в работе [50] предлагается формула

$$\gamma(\alpha) = \sum_{i=1}^{N-1} (4c_i^2 \cdot h_i + 12c_i \cdot d_i \cdot h_i^2 + 12d_i^2 \cdot h_i^3),$$

где  $c_i, d_i$  – коэффициенты СКС, вычисленные при заданном параметре сглаживания  $\alpha$ .

Некоторая параметрическая функция с координатами  $(\rho(\alpha), \gamma(\alpha))$  называется L-кривой. Угловая точка L между вертикальным и горизонтальным участками такой кривой с координатами  $(\rho_L(\alpha), \gamma_L(\alpha))$  определяется из условия максимальной кривизны L-кривой

$$\max_{\alpha > 0} k_L(\alpha), \quad (2.31)$$

где кривизна  $k_L$  определяется соотношением, приведённым в работе [44]:

$$k_L(\alpha) = 2 \cdot \frac{\hat{\rho}'(\alpha) \cdot \hat{\gamma}''(\alpha) - \hat{\rho}''(\alpha) \cdot \hat{\gamma}'(\alpha)}{\left[ (\hat{\rho}'(\alpha))^2 + (\hat{\gamma}'(\alpha))^2 \right]^{\frac{3}{2}}}, \quad \hat{\rho}(\alpha) = \ln \rho(\alpha), \quad \hat{\gamma}(\alpha) = \ln \gamma(\alpha). \quad (2.32)$$

Решением вариационной задачи (2.31) является величина  $\alpha_L$ , которая принимается в качестве оценки оптимального параметра сглаживания. Кривизна  $k_L(\alpha)$  в (2.32) определяется следующим образом. Оптимальное значение параметра сглаживания  $\alpha_{\text{opt}}$  и узлы  $\alpha_k, k = 1 \dots N_\alpha$ , в которых вычисляются координаты  $(\rho_k(\alpha), \gamma_k(\alpha))$ , находятся между предельными значениями  $\alpha_{\text{min}}, \alpha_{\text{max}}$ , задаваемыми исходя из априорной информации. По найденным координатам  $(\rho_k(\alpha), \gamma_k(\alpha))$  строятся интерполяционные кубические сплайны  $S_\rho(\alpha), S_\gamma(\alpha)$ , вычисляются производные первого и второго порядка и с помощью численных методов одномерной оптимизации [50; 188] вычисляется точка максимума кривизны  $k_L(\alpha)$  по формуле (2.32).

Рассмотрим некоторые результаты вычислительного эксперимента, посвящённого исследованию оценки оптимального параметра сглаживания  $\alpha_L$ , построенной по методу L-кривой. Тестовые сигналы  $f_1(t)$  (Рисунок 2.4, сплошная кривая) и  $f_2(t)$  (Рисунок 2.4, точечная кривая) имеют типичный для задач непараметрической идентификации вид переходных характеристик. Точные значения тестовых сигналов вычисляются в узлах (2.10) (количество узлов измерений  $N = 100$ ) и искажаются моделью шумов НИ, зашумлённые

сигналы  $\tilde{f}_1(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$  допускают представление (1.10). Задаваемые относительные уровни шумов  $\delta_\eta$  вычисляются согласно формуле (1.11).

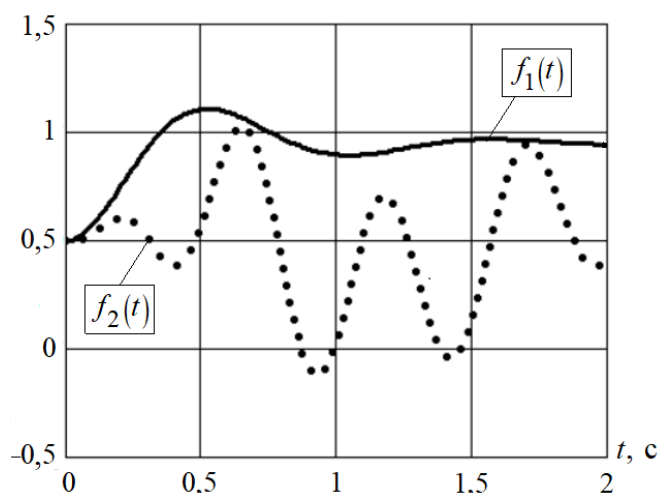


Рисунок 2.4 – Тестовые сигналы  $f_1(t)$  (сплошная кривая),  $f_2(t)$  (штриховая кривая)

Как отмечается в работе [64], при коррелированности отсчётов шума измерений между собой точность найденной оценки параметра сглаживания может снижаться на несколько порядков, и это существенно ухудшает точность полученного решения. С целью определения влияния коррелированности шума измерений на точность оценки  $\alpha_L$  проводятся исследования для случаев, когда значения шума измерений некоррелированы и коррелированы между собой.

На Рисунках 2.5, 2.6 для тестового низкочастотного сигнала  $f_1(t)$  при заданном относительном уровне  $\delta_\eta = 0,1$  некоррелированного и сильно коррелированного (корреляционная функция  $R(0) = 1$ ;  $R(1) = 0,8$ ;  $R(2) = 0,6$ ;  $R(3) = 0,4$ ;  $R(4) = 0,2$ ) шумов измерений соответственно изображена кривизна  $k_L(\alpha)$  (точечная кривая) и относительная ошибка сглаживания  $\delta_f(\alpha)$  (сплошная кривая), определяемая по формуле (2.29). Видно, что при некоррелированном шуме, согласно решению вариационной задачи (2.31), значение  $\alpha_{\text{орт}}$ , соответствующее минимуму относительной ошибки сглаживания  $\delta_f(\alpha)$ , лежит в области максимума кривизны  $k_L(\alpha)$ . При коррелированном шуме наблюдается смещение оценки параметра сглаживания  $\alpha_L$  в сторону больших значений от  $\alpha_{\text{орт}}$ , причиной которого может быть как раз сильно коррелированный шум измерений.

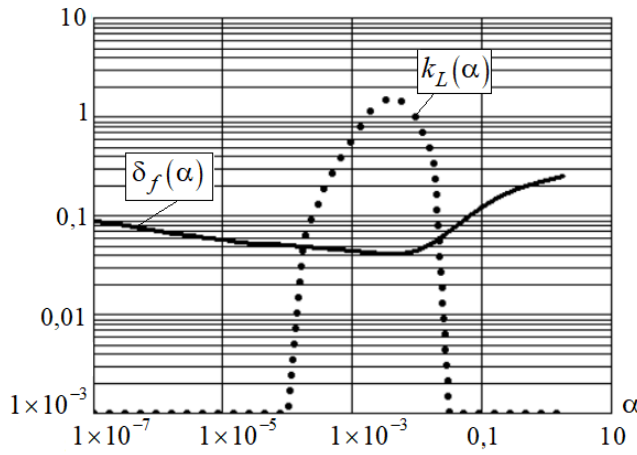


Рисунок 2.5 – Характеристики сглаживания сигнала  $f_1(t)$  при некоррелированном шуме

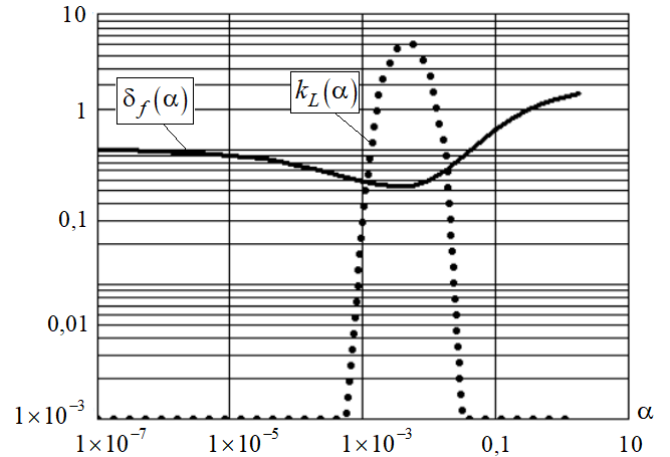


Рисунок 2.6 – Характеристики сглаживания сигнала  $f_1(t)$  при коррелированном шуме

В работе [64] показано, что даже при коррелированном шуме измерений правой части ошибка регуляризованного решения, вычисленного при оценке  $\alpha_L$ , превышает ошибку оптимального регуляризованного решения, полученного при параметре  $\alpha_{opt}$ , в среднем на 10-15%, что позволяет сделать вывод об эффективности применения метода L-кривой для выбора параметра сглаживания СКС.

Для ответа на вопрос, насколько хуже точность решения, найденного при значении параметра сглаживания  $\alpha_L$ , в сравнении с решением, найденным при оптимальном значении параметра сглаживания  $\alpha_{opt}$ , в работах [44; 59; 64] вводится коэффициент эффективности.

Для метода L-кривой коэффициент эффективности определяется как

$$E_L = \frac{\|S_{f,\alpha_L} - f\|}{\|S_{f,\alpha_{opt}} - f\|}.$$

Значения коэффициента эффективности  $E_L$  лежат в интервале  $(0,1]$ , причём чем больше значение коэффициента, тем точнее оценка  $\alpha_L$ .

В Таблице 2.1 для сигналов  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  представлены вычисленные по выборке размером  $N_{sam} = 200$  значения характеристик коэффициента эффективности: среднее значение  $\bar{E}_L$ , минимальное значение  $\min E_L$ , среднее значение относительной ошибки сглаживания  $\bar{\delta}_f(\alpha)$  при различных задаваемых уровнях шума измерений  $\delta_\eta$ .

Таблица 2.1 – Характеристики  $\bar{\delta}_f(\alpha)$ ,  $\bar{E}_L$ ,  $\min E_L$ при изменении уровней шума  $\delta_\eta$  в выходном сигнале

Уровень шума, $\delta_\eta$	Тестовый сигнал $f_1(t)$						Тестовый сигнал $f_2(t)$					
	Шум не коррелирован			Шум коррелирован			Шум не коррелирован			Шум коррелирован		
	$\bar{\delta}_f(\alpha)$	$\bar{E}_L$	$\min E_L$	$\bar{\delta}_f(\alpha)$	$\bar{E}_L$	$\min E_L$	$\bar{\delta}_f(\alpha)$	$\bar{E}_L$	$\min E_L$	$\bar{\delta}_f(\alpha)$	$\bar{E}_L$	$\min E_L$
0,01	0,003	0,989	0,945	0,009	0,946	0,699	0,004	0,992	0,946	0,010	0,981	0,901
0,02	0,009	0,944	0,807	0,017	0,892	0,645	0,012	0,941	0,746	0,019	0,970	0,807
0,05	0,022	0,841	0,594	0,037	0,921	0,450	0,026	0,963	0,752	0,046	0,935	0,716
0,10	0,036	0,882	0,653	0,063	0,952	0,566	0,047	0,976	0,804	0,092	0,906	0,623
0,15	0,047	0,936	0,697	0,094	0,909	0,508	0,067	0,987	0,838	0,136	0,887	0,606
0,20	0,055	0,921	0,683	0,122	0,864	0,467	0,088	0,882	0,820	0,153	0,863	0,593

Анализируя данные Таблицы 2.1, можно заключить, что как в случае некоррелированного, так и в случае коррелированного шума измерений, ошибка сглаживания для высокочастотного сигнала, в котором спектры полезного сигнала и шума существенно перекрываются, выше, чем для низкочастотного. В случае коррелированного шума измерений ошибка сглаживания возрастает в 1,5-2 раза, что обусловлено переходом спектра коррелированного шума в область более низких частот обрабатываемого сигнала (в том числе, причиной этому может являться и предварительная фильтрация исходного сигнала). Тем не менее, можно заметить, что алгоритм выбора параметра сглаживания на основе метода L-кривой позволяет вычислить оценку параметра сглаживания с достаточно высокой точностью – увеличение ошибки сглаживания при использовании параметра  $\alpha_L$  по сравнению с оптимальным параметром сглаживания  $\alpha_{opt}$ , как и в работе [64], не превышает 15% и в среднем достигает 5-10%.

Исходя из статистического анализа результатов представленных численных экспериментов, можно заключить, что при неизвестных характеристиках шума измерений в сигнале целесообразно использовать метод L-кривой для вычисления оценки оптимального параметра сглаживания СКС.

### 2.3.5. Эффективность сглаживающего кубического сплайна в задаче дифференцирования зашумлённых данных

Для исследования эффективности устойчивого дифференцирования зашумлённых сигналов аппаратом СКС и выбора оценки параметра сглаживания проводились

вычислительные эксперименты, в которых точный сигнал и шумы измерений в максимальной степени соответствовали измерительным схемам, применяемым в задачах непараметрической идентификации.

На Рисунках 2.7, 2.8 сплошной кривой изображён точный тестовый сигнал  $f(t)$ . Зашумлённые сигналы  $\tilde{f}(t)$ , показанные точечными кривыми на Рисунках 2.7, 2.8, допускают представление (1.10) и соответствуют моделям НИ и АИ соответственно (для АИ отдельные случайные импульсы превосходят по амплитуде уровень точного сигнала в 20 раз, вероятность возникновения импульсных всплесков  $p_\eta = 2\%$ ). Количество узлов измерений  $N = 500$ . Относительный уровень шума измерений в исходном сигнале вычисляется согласно соотношению (1.11) и в данном эксперименте принимается  $\delta_\eta = 0,15$ .

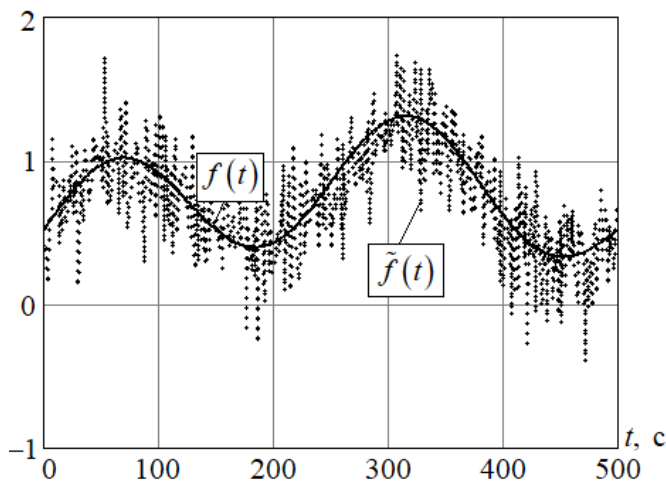


Рисунок 2.7 – Точная тестовая функция  $f(t)$  и зашумлённая функция  $\tilde{f}(t)$  (НИ)

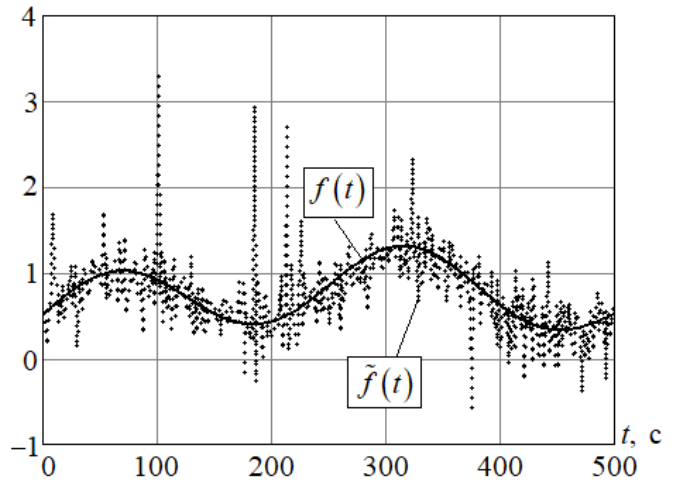


Рисунок 2.8 – Точная тестовая функция  $f(t)$  и зашумлённая функция  $\tilde{f}(t)$  (АИ)

На Рисунках 2.9, 2.10 сравниваются точные значения функции  $f(t)$  (сплошные кривые) и значения СКС  $S_{f,\alpha}(t)$  (точечные кривые), построенные по зашумлённым значениям функции  $\tilde{f}(t)$  при значении параметра сглаживания  $\alpha_W = 7 \times 10^{-3}$  в условиях НИ и АИ соответственно. Поскольку числовые характеристики шума измерений известны, оценка  $\alpha_W$  вычисляется на основе статистического критерия оптимальности. Величина относительной ошибки сглаживания вычисляется по формуле (2.29) и в случае НИ принимает значение  $\delta_f(\alpha_W) = 0,062$ , в случае АИ –  $\delta_f(\alpha_W) = 0,078$ .



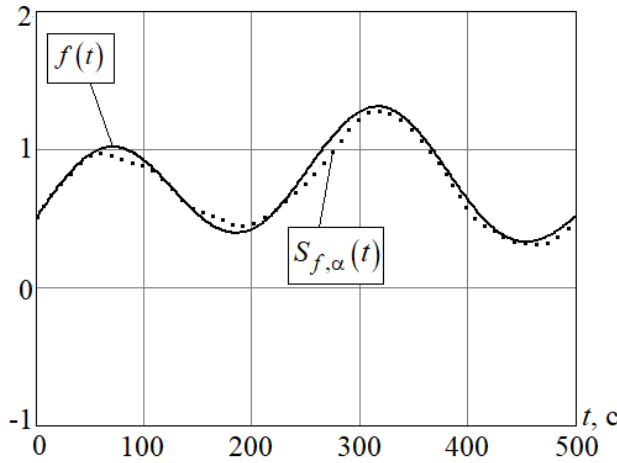


Рисунок 2.9 – Точная тестовая функция  $f(t)$  и СКС  $S_{f,\alpha}(t)$ , построенный по зашумлённой функции  $\tilde{f}(t)$  (НИ)

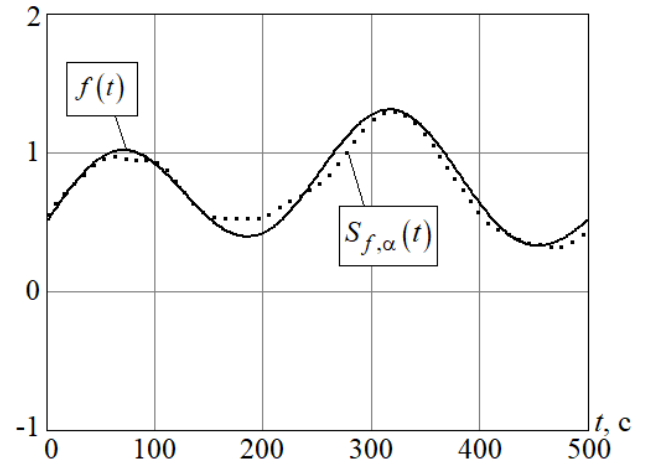


Рисунок 2.10 – Точная тестовая функция  $f(t)$  и СКС  $S_{f,\alpha}(t)$ , построенный по зашумлённой функции  $\tilde{f}(t)$  (АИ)

Устойчивое вычисление производных с использованием аппарата СКС показано на Рисунках 2.11, 2.12, где сравниваются точные значения производной функции  $f'(t)$  (сплошные кривые) и производные зашумлённой функции  $S'_{f,\alpha}(t)$  (точечные кривые), вычисленные по СКС при значении параметра сглаживания  $\alpha_W = 7 \times 10^{-3}$  в условиях НИ и АИ соответственно.

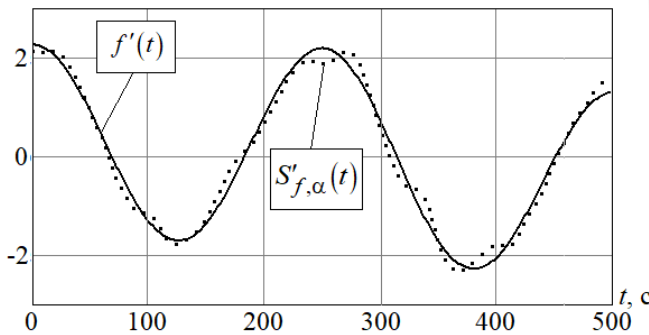


Рисунок 2.11 – Точная производная  $f'(t)$  и производная по СКС  $S'_{f,\alpha}(t)$ , построенная по зашумлённой функции  $\tilde{f}(t)$  (НИ)

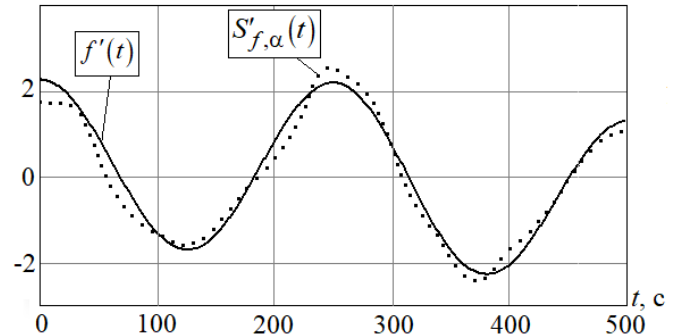


Рисунок 2.12 – Точная производная  $f'(t)$  и производная по СКС  $S'_{f,\alpha}(t)$ , построенная по зашумлённой функции  $\tilde{f}(t)$  (АИ)

Величина относительной ошибки дифференцирования вычисляется через нормы соответствующих векторов как

$$\delta_{f'}(\alpha) = \frac{\|S'_{f,\alpha} - f'\|}{\|f'\|} \quad (2.33)$$

и в случае НИ принимает значение  $\delta_{f'}(\alpha_W) = 0,123$ , в случае АИ –  $\delta_{f'}(\alpha_W) = 0,189$ . Это на два порядка меньше, чем при вычислении производных по интерполяционным сплайнам (при  $\alpha = 0$ ), для которых ошибки дифференцирования составили  $\delta_{f'}(0) = 33,478$  в случае НИ и  $\delta_{f'}(0) = 55,998$  в случае АИ.

Как видно, аппарат СКС хорошо справляется с устойчивым дифференцированием сигналов, искажённых как стационарным белым шумом, так и нестационарными импульсными всплесками. Найденное значение  $\alpha_W$  удовлетворяет условию сходимости (2.23) и доставляет минимум функционалу (2.24), поэтому может использоваться в качестве оценки оптимального параметра сглаживания. При заданном  $\alpha_W$  производные по СКС вычисляются с высокой точностью, в то время как вычисление производных от несглаженных сигналов (по интерполяционным сплайнам) приводит к возникновению огромных ошибок дифференцирования. Тем не менее, при наличии импульсной составляющей аддитивной погрешности измерения уровень относительных ошибок сглаживания и дифференцирования выше, чем при НИ. В работах [26; 60; 65] отмечается, что возможным способом повышения точности дифференцирования зашумлённых сигналов может стать их предварительная фильтрация с помощью алгоритмов, которые обсуждались в п. 2.2.

#### **2.4. Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации при ступенчатом входном воздействии**

Для решения практических задач идентификации линейных динамических объектов разработан эффективный численный алгоритм, реализованный с помощью методов, рассматриваемых в п. 2.2, 2.3. Для построения аналитических моделей линейных стационарных динамических объектов в терминах «вход-выход» в работе используется интегральное уравнение Вольтерра I рода типа свёртки (1.9).

**Алгоритм-1 идентификации ИПФ линейного объекта при ступенчатом входном воздействии** включает следующие этапы.

*Этап 1* (опциональный). Предварительная обработка зашумлённого сигнала  $\tilde{f}(t)$ .

Данный этап проводится в случае искажения исходного сигнала  $f(t)$  импульсными помехами или однородным шумом уровня  $\delta_\eta \geq 10\%$  и способствует снижению относительной ошибки идентификации.

При искажении сигнала  $f(t)$  однородным шумом измерений  $\eta_i$ , соответствующим модели НИ, предварительная обработка зашумлённого сигнала  $\tilde{f}(t)$  осуществляется с

помощью порогового алгоритма вейвлет-фильтрации на основе многомасштабного представления (2.2). Обработка детализирующих коэффициентов  $\tilde{d}_{j,k}$  производится на основе однопараметрических пороговых функций  $T_H(\tilde{d}_{j,k}, \lambda)$  по формуле (2.4),  $T_{HYP}(\tilde{d}_{j,k}, \lambda)$  по формуле (2.5). Значение порога  $\lambda$  выбирается на основе статистического критерия оптимальности линейных алгоритмов фильтрации.

При искажении сигнала  $f(t)$  аддитивной смесью однородного и импульсного шумов, соответствующей модели АИ, предварительная обработка зашумлённого сигнала  $\tilde{f}(t)$  осуществляется с помощью локально-пространственного КФ на основе формул (2.8), (2.9). Значения апертур  $K$ ,  $L$  выбираются на основе статистического критерия оптимальности линейных алгоритмов фильтрации.

*Этап 2.* Построение СКС для отфильтрованного сигнала  $\hat{f}^{filt}(t)$  и вычисление производной  $S'_{f,\alpha}(t)$ .

При наличии априорной информации о точных значениях производных  $f'(t_1)$ ,  $f'(t_N)$  при построении сплайна следует использовать комбинированные КУ вида (2.15) или (2.16). Если же такая информация отсутствует, то следует обратиться к естественным КУ вида (2.13).

При наличии априорной информации о дисперсии шума измерений  $\sigma_{\eta}^2$  в сигнале  $\tilde{f}(t)$  выбор параметра сглаживания  $\alpha$  осуществляется на основе статистического критерия оптимальности линейных алгоритмов фильтрации. Если же такая информация отсутствует, то выбор параметра сглаживания  $\alpha$  осуществляется на основе метода L-кривой.

*Этап 3.* Вычисление оценки ИПФ  $\hat{K}(t)$ .

Оценка ИПФ строится на основе формулы обращения (1.13). Поскольку входной сигнал  $x(t)$  задаётся в виде скачка произвольной амплитуды  $A$ , его можно представить в виде

$$x(t) = A \cdot e(t). \quad (2.34)$$

С учётом входного сигнала в виде (2.34) и вычисленной производной  $S'_{f,\alpha}(t)$ , формула обращения (1.13) принимает вид

$$\hat{K}(t) = \frac{1}{A} \cdot S'_{f,\alpha}(t), \quad t \in [0, T]. \quad (2.35)$$

Значения вектора  $\hat{K}_i$ , вычисленные по формуле (2.35), являются оценками для значений искомой ИПФ  $K(t_i)$ ,  $i = 1 \dots N$ .

Относительная ошибка идентификации вычисляется через нормы соответствующих векторов:

$$\delta_K = \frac{\|\hat{K} - K\|}{\|K\|}. \quad (2.36)$$

Результаты исследования эффективности и устойчивости Алгоритма-1 приводятся в публикациях [51; 60; 65].

Величина относительной ошибки идентификации  $\delta_K$  является случайной величиной, зависящей от реализации шума измерений, поэтому в Таблице 2.2 представлены средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_K$  ИПФ  $K_1(t)$ ,  $K_2(t)$ ,  $K_3(t)$ , вычисленных по выборке размером  $N_{\text{sam}} = 50$  с помощью Алгоритма-1, для различных типовых динамических звеньев – реального интегрирующего звена (с замедлением), апериодического звена II порядка, колебательного звена II порядка соответственно. Идентификация проводится при искажении исходных сигналов задачи  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $f_3(t)$  моделями шумов НИ и АИ при различных задаваемых уровнях шума измерений  $\delta_\eta$ . В случае АИ отдельные случайные импульсы превосходят по амплитуде уровень точного сигнала в 20 раз, вероятность возникновения импульсных всплесков  $p_\eta = 2\%$ . Зашумлённые выходные сигналы  $\tilde{f}_1(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_3(t)$  допускают представление (1.10). Количество узлов измерений  $N = 500$ .

Оценка оптимального значения параметра сглаживания  $\alpha_W$  при известных числовых характеристиках шума измерений вычисляется на основе статистического критерия оптимальности. КУ выбираются комбинированные вида (2.15), когда слева задаётся значение производной первого порядка  $s_1 = S'_f(t_1) = f'(t_1)$ , а справа – нулевая вторая производная  $s_N = S''_f(t_N) = 0$ .

Средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_K$  в Таблице 2.2 вычислены как с проведением этапа предварительной фильтрации зашумлённых сигналов  $\tilde{f}_1(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_3(t)$ , так и без него. Очевидно, что предварительная обработка зашумлённых данных существенно повышает точность идентифицируемого решения в случае искажения исходных данных моделью шумов, соответствующих АИ, а также при высоком уровне шума НИ  $\delta_\eta \geq 10\%$ .

Таблица 2.2 – Средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_k$  при различных уровнях шума  $\delta_\eta$  в выходном сигнале для типовых динамических звеньев

Уровень исходного шума, $\delta_\eta$		Среднее значение относительной ошибки идентификации, $\bar{\delta}_k$					
		$K_1(t)$		$K_2(t)$		$K_3(t)$	
		НИ	АИ	НИ	АИ	НИ	АИ
0,01	с предфильтрацией	0,014	0,025	0,042	0,044	0,025	0,030
	без предфильтрации	0,013	0,065	0,039	0,176	0,022	0,096
0,02	с предфильтрацией	0,018	0,024	0,063	0,063	0,038	0,036
	без предфильтрации	0,017	0,078	0,061	0,202	0,038	0,112
0,05	с предфильтрацией	0,023	0,033	0,105	0,110	0,064	0,067
	без предфильтрации	0,024	0,104	0,107	0,278	0,065	0,234
0,10	с предфильтрацией	0,030	0,034	0,148	0,154	0,091	0,105
	без предфильтрации	0,038	0,135	0,164	0,320	0,101	0,254
0,15	с предфильтрацией	0,037	0,044	0,191	0,216	0,147	0,187
	без предфильтрации	0,068	0,187	0,305	0,468	0,243	0,302
0,20	с предфильтрацией	0,043	0,056	0,214	0,229	0,155	0,188
	без предфильтрации	0,098	0,198	0,431	0,490	0,310	0,362

На основе представленного статистического анализа результатов численных экспериментов в Таблице 2.2 можно заключить, что точность идентификации ИПФ Алгоритмом-1 зависит не только от уровня и модели шума измерений в выходном сигнале, но и от частотных свойств идентифицируемой ИПФ. Ошибка идентификации ИПФ во многом определяется значениями найденной по СКС производной от выходного сигнала. В целом, точность идентификации ИПФ достаточно высока даже при наличии импульсных шумов, что позволяет сделать вывод об эффективности работы предложенного Алгоритма-1 непараметрической идентификации.

## 2.5. Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации при произвольном входном воздействии

Для решения практических задач идентификации линейных динамических объектов разработан эффективный численный алгоритм, реализованный с помощью методов, рассматриваемых в п. 2.2, 2.3. Для построения аналитических моделей линейных

стационарных динамических объектов в терминах «вход-выход» в работе используется интегральное уравнение Вольтерра II рода (1.15).

**Алгоритм-2 идентификации ИПФ линейного объекта при произвольном входном воздействии** включает следующие этапы.

*Этап 1* (опциональный). Предварительная обработка зашумлённых сигналов  $\tilde{x}(t)$ ,  $\tilde{f}(t)$ .

Предварительная обработка зашумлённых исходных данных выполняется аналогично Этапу 1 Алгоритма-1 (п. 2.4). Данный этап проводится в случае искажения исходных сигналов  $x(t)$ ,  $f(t)$  импульсными помехами или однородными шумами измерений уровней  $\delta_\xi \geq 10\%$ ,  $\delta_\eta \geq 10\%$  и способствует снижению относительной ошибки идентификации.

*Этап 2*. Построение СКС для отфильтрованных сигналов  $\hat{x}^{filt}(t)$ ,  $\hat{f}^{filt}(t)$  и вычисление производных  $S'_{x,\alpha}(t)$ ,  $S'_{f,\alpha}(t)$ .

При наличии априорной информации о точных значениях производных  $x'(t_1)$ ,  $x'(t_N)$ ,  $f'(t_1)$ ,  $f'(t_N)$  при построении сплайна следует использовать комбинированные КУ вида (2.15) или (2.16). Если же такая информация отсутствует, то следует обратиться к естественным КУ вида (2.13).

При наличии априорной информации о дисперсии шумов измерений  $\sigma_\xi^2$ ,  $\sigma_\eta^2$  в сигналах  $\tilde{x}(t)$ ,  $\tilde{f}(t)$  выбор параметра сглаживания  $\alpha$  осуществляется на основе статистического критерия оптимальности линейных алгоритмов фильтрации. Если же такая информация отсутствует, то выбор параметра сглаживания  $\alpha$  осуществляется на основе метода L-кривой.

Интегральное уравнение (1.15) с учётом обозначений СКС принимает вид

$$K(t) + \frac{1}{S_{x,\alpha}(0)} \cdot \int_0^t S'_{x,\alpha}(t-s) \cdot K(s) ds = \frac{S'_{f,\alpha}(t)}{S_{x,\alpha}(0)}, \quad t \in [0, T]. \quad (2.37)$$

*Этап 3*. Вычисление интеграла свёртки в уравнении (2.37).

Будем считать, что ИПФ идентифицируемой системы  $K(t)$  на каждом полуинтервале  $[t_i, t_{i+1})$ ,  $i = 1 \dots N$  постоянна и равна  $\hat{K}_i = K(t_i)$ . В работе [63] показано, что аппроксимация интеграла свёртки в уравнении (2.37) в этом случае принимает вид суммы

$$\int_0^{t_j} S'_{x,\alpha}(t_j-s) \cdot K(s) ds = \sum_{i=1}^{j-1} \hat{K}_i \cdot \left[ \int_{t_i}^{t_{i+1}} S'_{x,\alpha}(t_j-s) ds \right], \quad j = 2 \dots N. \quad (2.38)$$

Вводится матрица  $\Phi'$  размерности  $(N-1) \times (N-1)$ , элементы которой вычисляются через производные первого порядка СКС. При  $i+1 \leq j$  и  $k=j-1$  интеграл свёртки  $\int_{t_i}^{t_{i+1}} S'_{x,\alpha}(t_j - s) ds = \int_{t_k}^{t_{k+1}} S'_{x,\alpha}(s) ds$ . Тогда элементы матрицы  $\Phi'$  вычисляются согласно правилу, введённому в работе [51]

$$\Phi'_{i,j} = \begin{cases} \int_{t_{i+1-j}}^{t_{i+2-j}} S'_{x,\alpha}(s) ds, & \text{если } j \leq i, \\ 0, & \text{если } j > i, \end{cases}$$

где  $i = 1 \dots N-1, j = 1 \dots N-1$ , а интеграл от производной  $S'_{x,\alpha}(s)$  вычисляется по квадратурной формуле согласно выражению (2.11):

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} S'_{x,\alpha}(s) ds = b_k + 2c_k \cdot (t_{k+1} - t_k) + 3d_k \cdot (t_{k+1} - t_k)^2, \quad (2.39)$$

где  $k = i+1-j$ . Квадратурная формула (2.39) упрощает вычисление элементов матрицы  $\Phi'$  и позволяет вычислять достаточно точные значения интегралов, благодаря чему уменьшается методическая составляющая ошибки алгоритма идентификации.

*Этап 4.* Аппроксимация интегрального уравнения Вольтерра II рода в представлении (2.38) конечномерной СЛАУ вида

$$\left( I + \frac{1}{S_{x,\alpha}(0)} \cdot \Phi' \right) \cdot \hat{K} = \frac{1}{S_{x,\alpha}(0)} \cdot f', \quad (2.40)$$

где  $I$  – единичная матрица размерности  $(N-1) \times (N-1)$ ; вектор  $f' = \begin{bmatrix} S'_{f,\alpha}(t_1) \\ \vdots \\ S'_{f,\alpha}(t_N) \end{bmatrix}$ ; вектор

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} \hat{K}_1 \\ \vdots \\ \hat{K}_{N-1} \end{bmatrix}.$$

Матрица  $\left( I + \frac{1}{S_{x,\alpha}(0)} \cdot \Phi' \right)$  обладает свойством диагонального преобладания, а её число

обусловленности обычно принимает значения  $3 \div 5$ . Для такой матрицы можно найти единственное решение.

Этап 5. Вычисление оценки ИПФ  $\hat{K}(t)$

$$\hat{K} = \left( I + \frac{1}{S_{x,\alpha}(0)} \cdot \Phi' \right)^{-1} \cdot \frac{f'}{S_{x,\alpha}(0)}. \quad (2.41)$$

Проекция вектора  $\hat{K}$  являются оценками для значений  $K(t_i)$ ,  $i = 1 \dots N-1$  искомой ИПФ. Матрица СЛАУ  $\left( I + \frac{1}{S_{x,\alpha}(0)} \cdot \Phi' \right)$  хорошо обусловлена, и на точность идентификации влияют только ошибки дифференцирования входного сигнала, определяемые элементами матрицы  $\Phi'$ , и ошибки дифференцирования выходного сигнала, определяемые проекциями вектора  $f'$  [51].

Результаты исследования эффективности и устойчивости Алгоритма-2 приводятся в публикациях [45; 51; 60; 63; 65].

Величина относительной ошибки идентификации  $\delta_K$  является случайной величиной, зависящей от реализации шума измерений, поэтому в Таблицах 2.3, 2.4 представлены средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_K$  ИПФ колебательного звена II порядка  $\hat{K}(t)$ , вычисленной по выборке размером  $N_{\text{sam}} = 50$  с помощью Алгоритма-2, при воздействии контрастного входного сигнала. Идентификация проводится при искажении исходных сигналов задачи  $x(t)$ ,  $f(t)$  моделями шумов НИ и АИ при различных задаваемых уровнях шумов измерений  $\delta_\xi$ ,  $\delta_\eta$ . В случае АИ отдельные случайные импульсы превосходят по амплитуде уровень точного сигнала в 20 раз, вероятность возникновения импульсных всплесков  $p_\eta = 2\%$ . Зашумлённые входной и выходной сигналы  $\tilde{x}(t)$ ,  $\tilde{f}(t)$  допускают представление (1.16). Количество узлов измерений  $N = 500$ .

Оценка оптимального значения параметра сглаживания  $\alpha_W$  при известных числовых характеристиках шума измерений вычисляется на основе статистического критерия оптимальности. КУ при построении производной СКС  $S'_{x,\alpha}(t)$  выбираются естественные  $x''(t_1) = 0$ ,  $x''(t_N) = 0$ , а при построении производной СКС  $S'_{f,\alpha}(t)$  – комбинированные вида (2.15), когда слева задаётся значение производной первого порядка  $s_1 = S'_f(t_1) = f'(t_1)$ , а справа – нулевая вторая производная  $s_N = S''_f(t_N) = 0$ .

Средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_K$  в Таблицах 2.3, 2.4 вычислены как с проведением этапа предварительной фильтрации зашумлённых сигналов



$\tilde{x}(t)$ ,  $\tilde{f}(t)$ , так и без него. Обозначения в Таблицах 2.3, 2.4: с ПФ – с предфильтрацией, без ПФ – без предфильтрации.

Таблица 2.3 – Средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_k$  при изменении уровней шумов  $\delta_\eta$ ,  $\delta_\xi$  в исходных сигналах (НИ)

Уровень исходного шума в выходном сигнале, $\delta_\eta$		Уровень исходного шума во входном сигнале, $\delta_\xi$					
		0,01	0,02	0,05	0,10	0,15	0,20
		Среднее значение относительной ошибки идентификации, $\bar{\delta}_k$					
0,01	с ПФ	0,053	0,058	0,064	0,078	0,079	0,108
	без ПФ	0,051	0,057	0,063	0,099	0,105	0,134
0,02	с ПФ	0,077	0,085	0,095	0,113	0,140	0,162
	без ПФ	0,076	0,083	0,095	0,149	0,192	0,216
0,05	с ПФ	0,116	0,130	0,165	0,170	0,179	0,195
	без ПФ	0,117	0,131	0,167	0,198	0,250	0,292
0,10	с ПФ	0,141	0,143	0,166	0,179	0,192	0,204
	без ПФ	0,276	0,282	0,362	0,404	0,465	0,492
0,15	с ПФ	0,173	0,175	0,184	0,195	0,202	0,209
	без ПФ	0,297	0,320	0,402	0,448	0,515	0,524
0,20	с ПФ	0,215	0,215	0,225	0,227	0,232	0,251
	без ПФ	0,403	0,438	0,479	0,501	0,543	0,578

Таблица 2.4 – Средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_k$  при изменении уровней шумов  $\delta_\eta$ ,  $\delta_\xi$  в исходных сигналах (АИ)

Уровень исходного шума в выходном сигнале, $\delta_\eta$		Уровень исходного шума во входном сигнале, $\delta_\xi$					
		0,01	0,02	0,05	0,10	0,15	0,20
		Среднее значение относительной ошибки идентификации, $\bar{\delta}_k$					
0,01	с ПФ	0,059	0,062	0,068	0,087	0,122	0,135
	без ПФ	0,060	0,063	0,071	0,112	0,157	0,209
0,02	с ПФ	0,094	0,096	0,105	0,117	0,153	0,168
	без ПФ	0,094	0,097	0,107	0,148	0,194	0,248
0,05	с ПФ	0,122	0,129	0,170	0,177	0,188	0,201
	без ПФ	0,121	0,132	0,173	0,203	0,254	0,298
0,10	с ПФ	0,160	0,163	0,177	0,188	0,201	0,215
	без ПФ	0,302	0,334	0,443	0,487	0,561	0,634
0,15	с ПФ	0,180	0,180	0,191	0,200	0,208	0,217
	без ПФ	0,454	0,469	0,501	0,540	0,623	0,658
0,20	с ПФ	0,220	0,227	0,233	0,241	0,245	0,266
	без ПФ	0,668	0,698	0,729	0,751	0,794	0,816

На основе представленного статистического анализа результатов численных экспериментов в Таблицах 2.3, 2.4 можно заключить, что даже при искажении исходных

сигналов системы однородным или импульсным шумом измерений довольно высокого уровня идентификация ИПФ выполняется достаточно точно. Проведённая предварительная фильтрация зашумлённых исходных данных задачи позволяет существенно снизить значения ошибок идентификации до приемлемых. Дифференцирование отфильтрованных сигналов по СКС способствует снижению ошибки дифференцирования по сравнению с дифференцированием зашумлённых сигналов на 3-6% в случае НИ и на 8-13% (в некоторых ситуациях на 20% и более) в случае АИ, что также положительно сказывается на точности искомого решения.

В силу того, что матрица СЛАУ  $\left( I + \frac{1}{S_{x,\alpha}(0)} \cdot \Phi' \right)$  (2.40) хорошо обусловлена, ошибки

дифференцирования выходного сигнала влияют на вычисление ИПФ незначительно, а ошибки дифференцирования входного сигнала успешно сглаживаются при вычислении интеграла свёртки (2.38) и при построении матрицы  $\Phi'$ . Подбор параметра сглаживания на основе критерия оптимальности также повышает точность дифференцирования зашумлённых сигналов. На величину относительной ошибки идентификации большее влияние оказывает уровень шума в выходном сигнале, в то время как изменение уровня шума во входном сигнале при фиксированном  $\delta_\eta$  сопровождается меньшей скоростью нарастания ошибки идентификации.

В целом, идентификация ИПФ даже при наличии импульсных шумов выполняется достаточно точно, и, благодаря предварительной обработке зашумлённых сигналов правильно подобранным алгоритмом фильтрации, ошибка идентификации в случае АИ превосходит ошибку идентификации в случае НИ в среднем на 2%, а в худшем случае – не более чем на 6%. В то же время, без проведения предварительной фильтрации аппарат СКС плохо справляется с обработкой импульсных шумов, что в некоторых случаях приводит к значениям относительных ошибок идентификации порядка десятков и даже сотен.

## **2.6. Результаты идентификации переходных процессов теплообмена в системе «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение»**

В исследуемой СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» будет показано применение разработанных Алгоритмов-1, -2 идентификации для интерпретации натурного эксперимента на основе построенных математических моделей и решения задач непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена в этой системе.

*Задача 1.* Идентификация ИПФ  $K_1(t)$  объекта ВН при скачкообразном изменении входного сигнала  $x_1(t)$  по измеренным значениям выходного сигнала  $\tilde{f}_1(t)$ .

Линейность и стационарность объекта ВН доказана в п. 1.2. Модель объекта представлена на Рисунке 2.13.

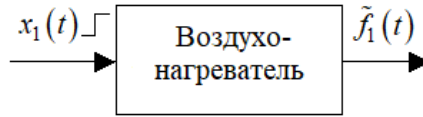


Рисунок 2.13 – Модель ВН типа «вход-выход»

Математическая модель ВН в форме интегрального уравнения Вольтерра I рода типа свёртки (1.9) имеет вид

$$\int_0^t x_1(t-s) \cdot K_1(s) ds = \tilde{f}_1(t), \quad t \in [0, T],$$

где  $x_1(t)$  – ступенчатый входной сигнал объекта в виде функции Хевисайда (1.12), характеризующийся постоянной амплитудой  $A = 0,1$ ;  $\tilde{f}_1(t)$  – выходной сигнал объекта, допускающий представление (1.10), искажённый некоторым случайным шумом измерений  $\eta$ , соответствующим модели НИ, при этом числовые характеристики шума измерений неизвестны.

Идентификация ИПФ  $K_1(t)$  выполняется на основе Алгоритма-1. При обработке данных натурального эксперимента было установлено, что в выходном сигнале  $\tilde{f}_1(t)$  регистрировалась временная задержка на 31 с, обусловленная временной задержкой динамического объекта ВН, возникновение которой объясняется в работе [131]. При моделировании эта задержка отсекается и компенсируется введением звена задержки. Таким образом, сигнал  $\tilde{f}_1(t)$  обрабатывается на отрезке  $[0, T_1]$ ,  $T_1 = 469$  с, в равноотстоящих точках измерений  $t_i$  согласно формуле (2.1) с шагом  $h = 1$  с при  $N_1 = 470$ . Вид зашумлённого выходного сигнала  $\tilde{f}_1(t)$  представлен на Рисунке 2.14.

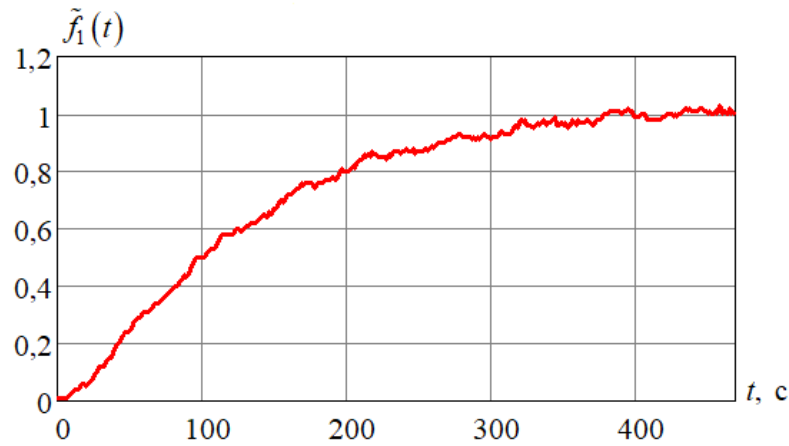


Рисунок 2.14 – Выходной сигнал  $\tilde{f}_1(t)$  объекта ВН

Для принятия решения о целесообразности проведения предварительной фильтрации зашумлённого сигнала  $\tilde{f}_1(t)$  оценивается величина дисперсии шума измерений  $\sigma_\eta^2$  согласно методике, описанной в работе [64], и на её основе вычисляется относительный уровень шума измерений:  $\delta_\eta = 0,032$  (3,2%). Следовательно, проведение предварительной фильтрации сигнала  $\tilde{f}_1(t)$  не требуется.

КУ при построении СКС выбираются с учётом особенностей проведения натуральных исследований в рассматриваемой экспериментальной серии. В частности, такие особенности, как работа системы защиты и возможность аварийного отключения ВН, а также осреднение экспериментальных данных по нескольким сериям, не позволяют задавать при построении СКС  $S_{f,\alpha}(t)$  естественные КУ или комбинированные КУ вида (2.15) с заданием производной первого порядка слева. В данном случае в конце интервала регистрации переходный процесс выходит на постоянный уровень с нулевой первой производной, потому наиболее эффективно будет использовать комбинированные КУ вида (2.16), когда слева задаётся нулевая вторая производная  $s_1 = S_f''(t_1) = 0$ , справа – значение производной первого порядка  $s_{N_1} = S_f'(t_{N_1}) = f'(t_{N_1}) = 0$ . Параметр сглаживания СКС  $\alpha$  оценивается по методу L-кривой, вычисленная оценка  $\alpha_L = 4,642 \times 10^5$ .

На Рисунке 2.15 представлены оценка ИПФ  $\hat{K}_1(t)$  (чёрная кривая), построенная по зашумлённым данным без сглаживания, и оценка ИПФ  $\hat{K}_{1,\alpha}(t)$  (красная кривая), построенная согласно Алгоритму-1 (далее оценку  $\hat{K}_{1,\alpha}(t)$  будем обозначать как  $\hat{K}_1(t)$ ).

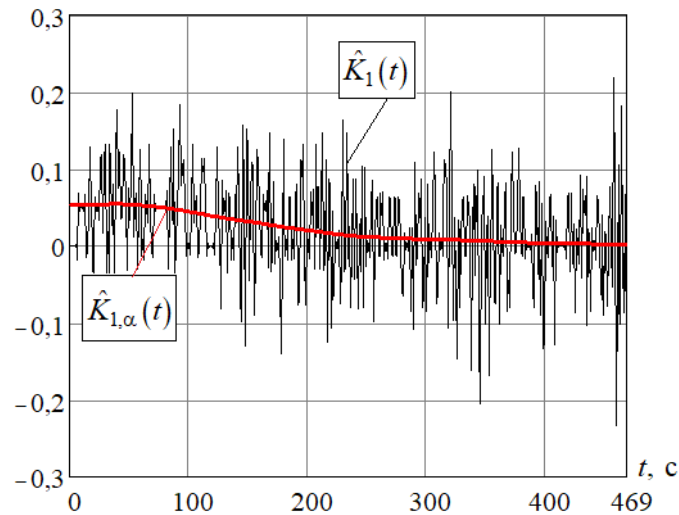


Рисунок 2.15 – Оценки ИПФ ВН  $\hat{K}_1(t)$  и  $\hat{K}_{1,\alpha}(t)$

Очевидно, что в конце переходного процесса ИПФ должна установиться равной нулю. Переходный процесс с точностью  $\delta = 10^{-3}$  заканчивается в момент времени  $t = 429$  с. На участке  $t \in [430, T_1]$  незначительно отклоняющиеся от нуля значения найденной ИПФ  $\hat{K}_1(t)$  можно считать вошедшими в установившийся режим. Наблюдаемые на этом участке осцилляции, возникновение которых при решении практических задач в работе [165] расценивается как нефизичное и неинформативное, обусловлено обработкой исходного сигнала  $\tilde{f}_1(t)$  глобальными методами сплайн-аппроксимации. Для того, чтобы убрать эффект данного явления, производится постобработка полученной оценки ИПФ  $\hat{K}_1(t)$  на участке  $t \in [430, T_1]$  путём локальной аппроксимации полиномом II порядка. Подобная постобработка практически не оказывает влияния на величину ошибки идентификации (снижение значения  $\delta_K$  до 1,5%), но редуцирует нефизичные осцилляции на интервале установившегося режима ИПФ, улучшая качественно вид найденной характеристики и приближая её поведение к ожидаемому.

Для проверки адекватности найденного решения и верификации принятой интегральной модели решим прямую задачу, которая заключается в вычислении оценки выходного сигнала согласно интегральному соотношению

$$\int_0^{t_i} x_j(t_i - s) \cdot \hat{K}_j(s) ds = \hat{f}_j(t_i), \quad t_i \in [0, T], j \in [1, 3], \quad (2.42)$$

где  $j$  – номер исследуемого объекта.

На Рисунке 2.16 показано решение прямой задачи (2.42) для ВН, в которой по найденной оценке ИПФ  $\hat{K}_1(t)$  вычисляется реакция теплового потока  $\hat{f}_1(t)$  (красная сплошная кривая) на входное возмущение  $x_1(t)$ . Исходная экспериментальная характеристика  $\tilde{f}_1(t)$ , принимаемая в качестве эталонной, показана на Рисунке 2.16 чёрной точечной кривой.

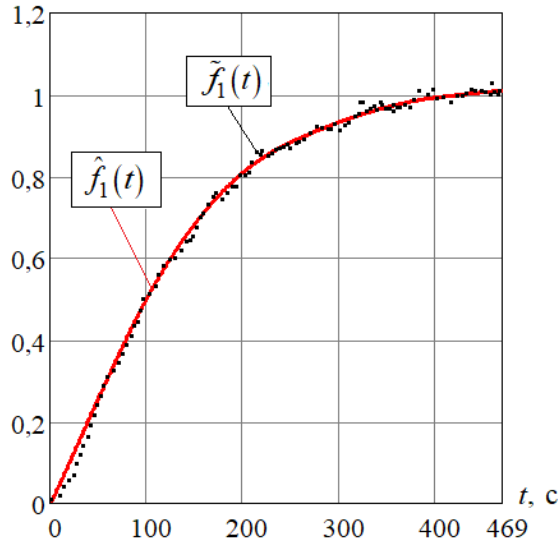


Рисунок 2.16 – Решение прямой задачи для ВН  $\hat{f}_1(t)$  и исходная характеристика  $\tilde{f}_1(t)$

Относительная величина невязки решения прямой задачи вычисляется через нормы соответствующих векторов как

$$E = \frac{\|\hat{f}_j - \tilde{f}_j\|}{\|\tilde{f}_j\|} \quad (2.43)$$

и принимает значение  $E = 0,02$ .

*Задача 2.* Идентификация ИПФ  $K_2(t)$  объекта ВЕНТ по измеренным значениям входного сигнала  $\tilde{x}_2(t)$  и выходного сигнала  $\tilde{f}_2(t)$ .

Линейность и стационарность объекта ВЕНТ доказана в п. 1.2. Модель объекта представлена на Рисунке 2.17.

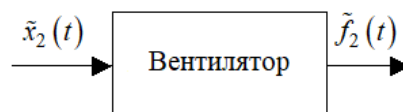


Рисунок 2.17 – Модель ВЕНТ типа «вход-выход»

Математическая модель ВЕНТ в форме интегрального уравнения Вольтерра II рода (1.15) имеет вид

$$K_2(t) + \frac{1}{\tilde{x}_2(0)} \cdot \int_0^t \tilde{x}'_{2t}(t-s) \cdot K_2(s) ds = \frac{\tilde{f}'_2(t)}{\tilde{x}_2(0)}, \quad t \in [0, T],$$

где  $\tilde{x}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$  – входной и выходной сигналы объекта соответственно, допускающие представление (1.16), искажённые некоторыми случайными шумами измерений  $\xi$ ,  $\eta$ , соответствующими модели НИ, при этом числовые характеристики шумов измерений неизвестны.

Идентификация ИПФ  $K_2(t)$  выполняется на основе Алгоритма-2. При обработке данных натурального эксперимента было установлено, что в сигналах  $\tilde{x}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$  регистрировалась временная задержка на 37 с, обусловленная временной задержкой динамического объекта ВЕНТ, возникновение которой объясняется в работе [131]. При моделировании эта задержка отсекается и компенсируется введением звена задержки. Таким образом, сигналы  $\tilde{x}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$  обрабатываются на отрезке  $[0, T_2]$ ,  $T_2 = 463$  с, в равноотстоящих точках измерений  $t_i$  согласно формуле (2.1) с шагом  $h = 1$  с при  $N_2 = 464$ . Вид зашумлённых входного и выходного сигналов  $\tilde{x}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$  представлен на Рисунках 2.18, 2.19 соответственно.

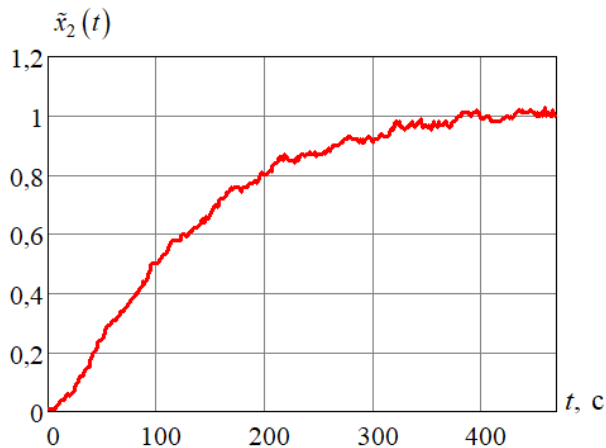


Рисунок 2.18 – Входной сигнал  $\tilde{x}_2(t)$  объекта ВЕНТ

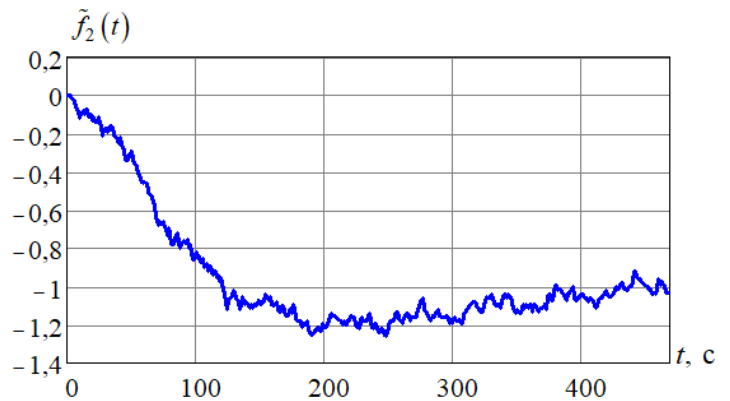


Рисунок 2.19 – Выходной сигнал  $\tilde{f}_2(t)$  объекта ВЕНТ

Для принятия решения о целесообразности проведения предварительной фильтрации зашумлённых сигналов  $\tilde{x}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$  оцениваются величины дисперсий шумов измерений  $\sigma_\xi^2$ ,  $\sigma_\eta^2$  согласно методике, описанной в работе [64], и на их основе вычисляются относительные

уровни шумов измерений:  $\delta_\xi = 0,032$  (3,2%),  $\delta_\eta = 0,031$  (3,1%). Следовательно, проведение предварительной фильтрации сигналов  $\tilde{x}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$  не требуется.

На Рисунке 2.20 представлены оценка ИПФ  $\hat{K}_2(t)$  (чёрная кривая), построенная по зашумлённым данным без сглаживания, и оценка ИПФ  $\hat{K}_{2,\alpha}(t)$  (синяя кривая), построенная согласно Алгоритму-2 (далее оценку  $\hat{K}_{2,\alpha}(t)$  будем обозначать как  $\hat{K}_2(t)$ ). Переходный процесс с точностью  $\delta = 10^{-3}$  заканчивается в момент времени  $t = 149$  с. Постобработка полученной оценки ИПФ  $\hat{K}_2(t)$  с целью отсеечения неинформативных осцилляций в установившемся режиме на участке  $t \in [150, T_2]$  производится путём локальной аппроксимации полиномом II порядка.

На Рисунке 2.21 показано решение прямой задачи (2.42) для ВЕНТ, в которой по найденной оценке ИПФ  $\hat{K}_2(t)$  вычисляется реакция теплового потока  $\hat{f}_2(t)$  (синяя сплошная кривая) на входное возмущение  $\tilde{x}_2(t)$ . Исходная экспериментальная характеристика  $\tilde{f}_2(t)$ , принимаемая в качестве эталонной, показана на Рисунке 2.21 чёрной точечной кривой.

Относительная величина невязки решения прямой задачи вычисляется по формуле (2.43) и принимает значение  $E = 0,046$ .

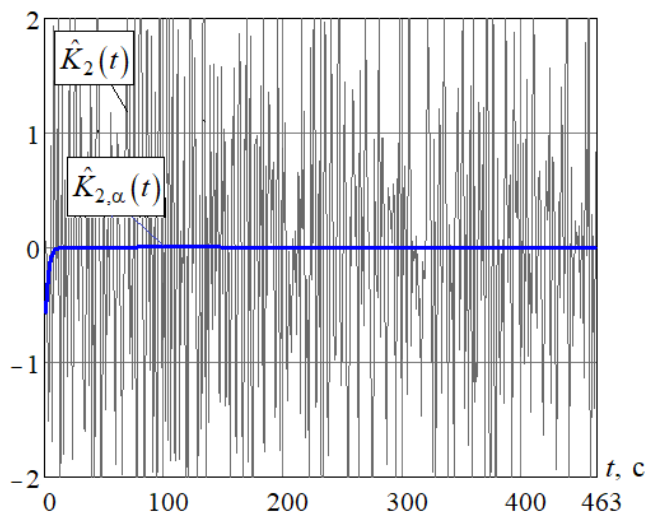


Рисунок 2.20 – Оценки ИПФ ВЕНТ  
 $\hat{K}_2(t)$  и  $\hat{K}_{2,\alpha}(t)$

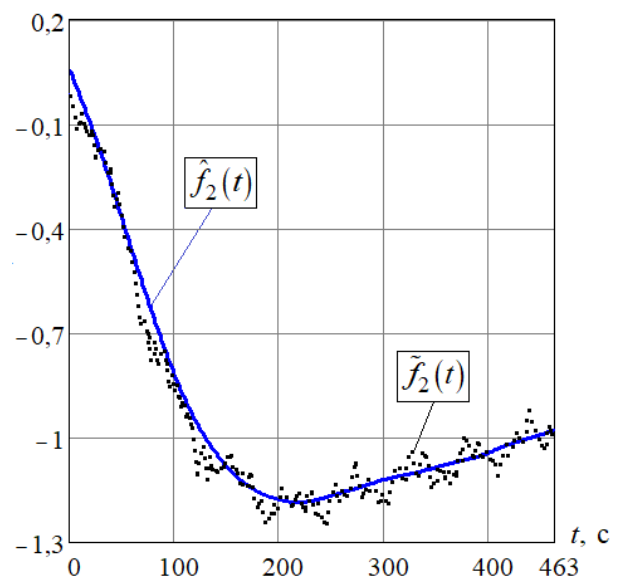


Рисунок 2.21 – Решение прямой задачи для ВЕНТ  
 $\hat{f}_2(t)$  и исходная характеристика  $\tilde{f}_2(t)$

*Задача 3.* Идентификация ИПФ  $K_3(t)$  объекта УСТ при скачкообразном изменении входного сигнала  $x_3(t)$  по измеренным значениям выходного сигнала  $\tilde{f}_3(t)$ .



Линейность и стационарность объекта УСТ доказана в п.1.2. Модель объекта представлена на Рисунке 2.22.

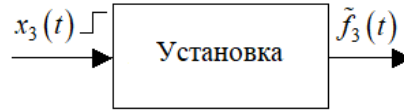


Рисунок 2.22 – Модель УСТ типа «вход-выход»

Математическая модель УСТ в форме интегрального уравнения Вольтерра I рода типа свёртки (1.9) имеет вид

$$\int_0^t x_3(t-s) \cdot K_3(s) ds = \tilde{f}_3(t), \quad t \in [0, T],$$

где  $x_3(t)$  – ступенчатый входной сигнал объекта в виде функции Хевисайда (1.12), характеризующийся постоянной амплитудой  $A = 0,1$ ;  $\tilde{f}_3(t)$  – выходной сигнал объекта, допускающий представление (1.10), искажённый некоторым случайным шумом измерений  $\eta$ , соответствующим модели НИ, при этом числовые характеристики шума измерений неизвестны.

Идентификация ИПФ  $K_3(t)$  выполняется на основе Алгоритма-1. При обработке данных натурального эксперимента было установлено, что в выходном сигнале  $\tilde{f}_3(t)$  регистрировалась временная задержка на 57 с, обусловленная временной задержкой динамического объекта УСТ, возникновение которой объясняется в работе [131]. При моделировании эта задержка отсекается и компенсируется введением звена задержки. Таким образом, сигнал  $\tilde{f}_3(t)$  обрабатывается на отрезке  $[0, T_3]$ ,  $T_3 = 443$  с, в равноотстоящих точках измерений  $t_i$  согласно формуле (2.1) с шагом  $h = 1$  с при  $N_3 = 444$ . Вид зашумлённого выходного сигнала  $\tilde{f}_3(t)$  представлен на Рисунке 2.23.

Для принятия решения о целесообразности проведения предварительной фильтрации зашумлённого сигнала  $\tilde{f}_3(t)$  оценивается величина дисперсии шума измерений  $\sigma_\eta^2$  согласно методике, описанной в работе [64], и на её основе вычисляется относительный уровень шума измерений:  $\delta_\eta = 0,036$  (3,6%). Следовательно, проведение предварительной фильтрации сигнала  $\tilde{f}_3(t)$  не требуется. КУ при построении СКС выбираются комбинированные в виде (2.16), когда слева задаётся нулевая вторая производная  $s_1 = S_f''(t_1) = 0$ , справа – значение

производной первого порядка  $s_{N_1} = S'_f(t_{N_1}) = f'(t_{N_1}) = 0$ . Параметр сглаживания СКС  $\alpha$  оценивается по методу L-кривой, вычисленная оценка  $\alpha_L = 4,642 \times 10^5$ .

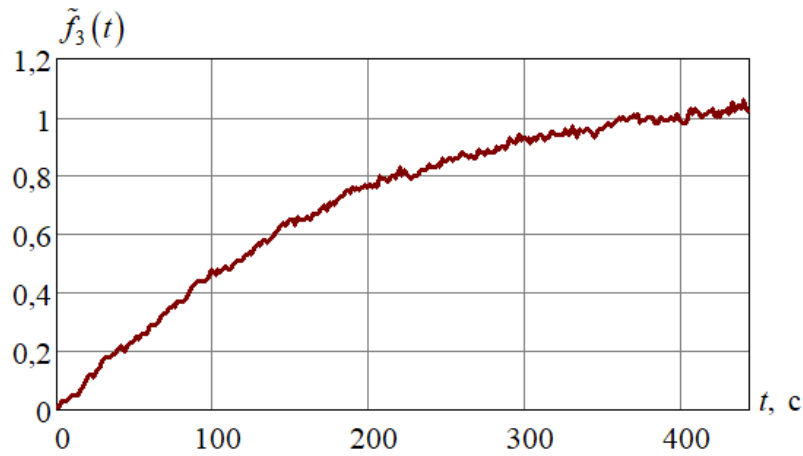


Рисунок 2.23 – Выходной сигнал  $\tilde{f}_3(t)$  объекта УСТ

На Рисунке 2.24 представлены оценка ИПФ  $\hat{K}_3(t)$  (чёрная кривая), построенная по зашумлённым данным без сглаживания, и оценка ИПФ  $\hat{K}_{3,\alpha}(t)$  (коричневая кривая), построенная согласно Алгоритму-1 (далее оценку  $\hat{K}_{3,\alpha}(t)$  будем обозначать как  $\hat{K}_3(t)$ ). Переходный процесс с точностью  $\delta = 10^{-3}$  заканчивается в момент времени  $t = 369$  с. Постобработка полученных оценок ИПФ  $\hat{K}_3(t)$  с целью отсеечения неинформативных осцилляций в установившемся режиме на участке  $t \in [370, T_3]$  производится путём локальной аппроксимации полиномом II порядка.

На Рисунке 2.25 показано решение прямой задачи (2.42) для УСТ, в которой по найденной оценке ИПФ  $\hat{K}_3(t)$  вычисляется реакция теплового потока  $\hat{f}_3(t)$  (коричневая сплошная кривая) на входное возмущение  $x_3(t)$ . Исходная экспериментальная характеристика  $\tilde{f}_3(t)$ , принимаемая в качестве эталонной, показана на Рисунке 2.25 чёрной точечной кривой.

Относительная величина невязки решения прямой задачи вычисляется по формуле (2.43) и принимает значение  $E = 0,019$ .

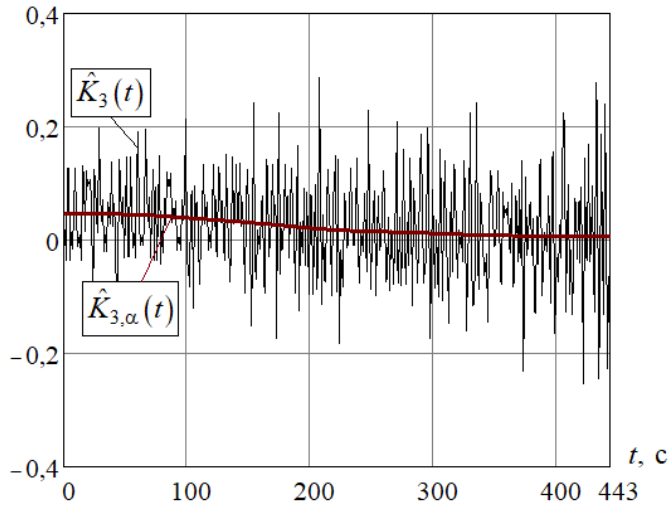


Рисунок 2.24 – Оценки ИПФ УСТ  $\hat{K}_3(t)$  и  $\hat{K}_{3,\alpha}(t)$

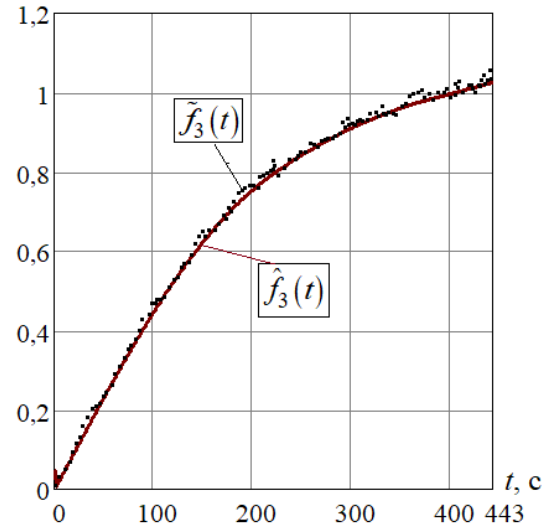


Рисунок 2.25 – Решение прямой задачи для УСТ  $\hat{f}_3(t)$  и исходная характеристика  $\tilde{f}_3(t)$

Обсудим физичность вычисленных оценок ИПФ. Как видно на Рисунках 2.15, 2.20, 2.24, начальные значения полученных оценок ИПФ  $\hat{K}_1(t_1)$ ,  $\hat{K}_2(t_1)$ ,  $\hat{K}_3(t_1)$  не равны нулю. Это явление обусловлено особенностями проведения этапа натурных исследований. В работе [118] отмечается, что регулирование тепловой мощности ВН осуществляется симисторным регулятором мощности с дискретным синусоидальным управляющим сигналом с периодом  $T_p \approx 57$  с согласно заводской настройке оборудования, из-за чего возникают гармонические колебания температуры воздушного потока. В источнике [234] поясняется: особенности работы симисторного регулятора мощности и системы защиты таковы, что момент переключения ВН с увеличения или уменьшения мощности не совпадает с начальным, т.е. нулевым значением. Этим же объясняется синусоидальный характер выходных сигналов  $\tilde{f}_1(t)$ ,  $\tilde{f}_2(t)$ ,  $\tilde{f}_3(t)$  (Рисунки 2.14, 2.19, 2.23). При построении математических моделей такая синусоидальность не имеет принципиального значения и не несёт полезной информации. Благодаря тому, что экспериментальные характеристики  $Q_h^r(t)$ ,  $Q_f^r(t)$ ,  $Q_s^r(t)$  строятся по осреднённым значениям единичных экспериментов на нагрев и охлаждение, синусоидальность компенсируется частично или полностью. Поэтому из решения прямых задач удаляются неинформативные гармонические колебания согласно методике, показанной в монографии [52], что позволяет качественно улучшить вид найденных решений.

На Рисунках 2.26, 2.27 показаны экспериментальные (по данным натурального эксперимента) и теоретические (рассчитанные с помощью разработанных методов и

алгоритмов) зависимости изменений относительной избыточной теплоты  $Q_h^r(t)$ ,  $Q_f^r(t)$ ,  $Q_s^r(t)$ ,  $Q_r^r(t)$  при разогреве теплового потока, проходящего через систему «ВН-ВЕНТ-ПОМ».

Видно, что между переходными процессами, построенными на основе натуральных данных, представленными на Рисунке 2.26, и переходными процессами, построенными на основе решений задач идентификации Алгоритмами-1, -2, представленными на Рисунке 2.27, наблюдается сходство. Невязки теоретически построенных переходных процессов и натуральных данных вычисляются согласно формуле (2.43) и составляют для ВН  $E = 0,010$ , для ВЕНТ  $E = 0,032$ , для УСТ  $E = 0,014$ , для ПОМ  $E = 0,014$ .

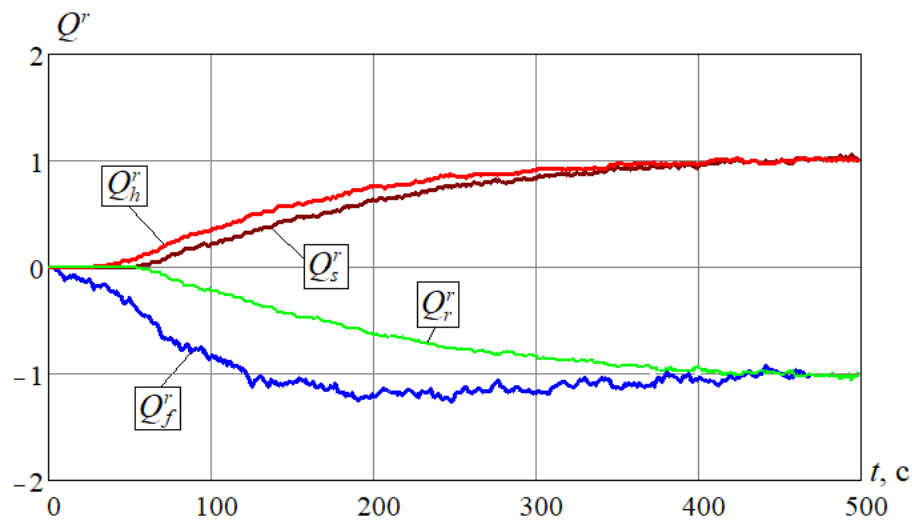


Рисунок 2.26 – Экспериментальные зависимости изменений относительной избыточной теплоты исследуемых объектов во времени при разогреве потока

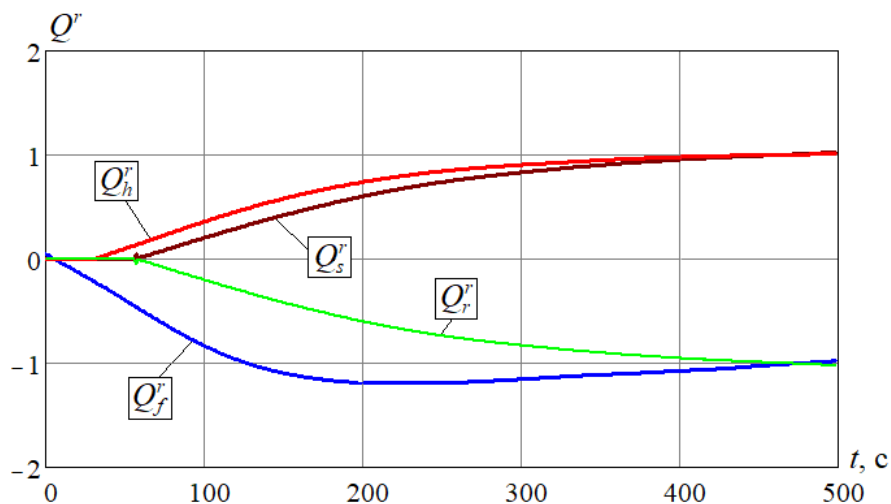


Рисунок 2.27 – Теоретические зависимости изменений относительной избыточной теплоты исследуемых объектов во времени при разогреве потока

В работе [112] подбирались аппроксимирующие функции для экспериментальных характеристик  $Q_h^r(t)$ ,  $Q_f^r(t)$ ,  $Q_s^r(t)$ ,  $Q_r^r(t)$ . При этом классические параметрические функции не удовлетворяли приемлемой точности приближения, а при аппроксимации экспериментальных характеристик в работе [113] логистической кривой Гомперца, построенной методом наименьших квадратов и дававшей наилучший результат, квадратичное отклонение составило 0,54.

Можно заключить, что построенные математические модели исследуемых объектов ВН, ВЕНТ и УСТ адекватны реальным объектам. Решения практических задач непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена в СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ», полученные Алгоритмами-1, -2, характеризуются высокой точностью, в том числе и в сравнении с другими методами, что доказывает эффективность применения предлагаемых алгоритмов непараметрической идентификации для решения прикладных задач.

## 2.7. Выводы

Глава посвящена разработке и тестированию эффективных вычислительных алгоритмов непараметрической идентификации переходных характеристик линейных динамических объектов, способных учитывать специфические особенности практических задач. Разработаны Алгоритм-1 идентификации при ступенчатом входном воздействии и Алгоритм-2 идентификации при произвольном входном воздействии. В предлагаемых алгоритмах одним из наиболее важных моментов является устойчивое вычисление производных экспериментальных исходных данных, сильно зашумлённых и содержащих импульсные помехи. Статистический анализ результатов проведённых численных экспериментов свидетельствует о том, что аппарат сглаживающего кубического сплайна хорошо справляется с устойчивым дифференцированием таких сигналов. Предложенные комбинированные краевые условия вида (2.15) или (2.16), в отличие от классических краевых условий I и II рода, при решении практических задач позволяют учесть их специфику и снизить уровень относительной ошибки идентификации.

Ещё одним важным способом учёта специфических особенностей практических задач является выбор оценки оптимального параметра сглаживания сплайна. Предложены модифицированные методики оценивания параметра: при заданной дисперсии шума измерений в исходных данных задачи – на основе статистического критерия оптимальности; при неизвестной дисперсии шума измерений – на основе метода L-кривой. Показано, что данные методы достаточно эффективны как в случае некоррелированного шума измерений в исходных данных, так и в случае коррелированного шума измерений.

В качестве приложения показано применение разработанных Алгоритмов-1, -2 для интерпретации натурального эксперимента в системе обеспечения микроклимата «Воздухонагреватель-Вентилятор-Помещение» на основе построенных математических моделей и решение задач непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена в этой системе. Решение задач идентификации даёт возможность спрогнозировать реакцию теплового потока на входное возмущение с высокой степенью точности для каждого из исследуемых объектов. Предлагаемые алгоритмы идентификации позволяют в полной мере учитывать специфику поставленных задач. Адекватность построенных математических моделей и вычислительных методов доказывается при сравнении полученных откликов исследуемых объектов на входные воздействия с эталонными характеристиками натурной модели, рассматриваемой в п. 1.2.

### Глава 3. Идентификация динамики нелинейных объектов на основе квадратичного полинома Вольтерра

В данной главе рассматриваются задачи идентификации переходных характеристик нелинейных динамических объектов с помощью квадратичного полинома Вольтерра, разрабатывается Алгоритм-3 идентификации ядра  $K_2$  квадратичного члена полинома Вольтерра, показывается его применение для описания нелинейной динамики элементов теплообменных систем и решение задач непараметрической идентификации переходных характеристик этих элементов.

В п. 3.1, 3.2 приводятся постановки задач непараметрической идентификации переходных характеристик теплообменника и конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт соответственно. Представлены математические модели исследуемых объектов в терминах «вход-выход». Определяются характеристики, принимаемые в качестве входных и выходных сигналов объектов, и способы их представления.

В п. 3.3 излагается методика построения сглаживающего бикубического сплайна для вычисления устойчивых производных второго порядка зашумлённого сигнала с выбором параметров сглаживания и различными комбинациями краевых условий, задаваемых исходя из специфики решаемой задачи. Вводятся понятия скалярного и векторного параметров сглаживания и исследуется их эффективность при построении бикубического сплайна на основе статистического анализа результатов численных экспериментов. Предлагаются модификации методик оценивания оптимальных значений скалярного и векторного параметров сглаживания при известных и неизвестных характеристиках шума измерений.

В п. 3.4 рассматривается построение устойчивого Алгоритма-3 непараметрической идентификации ядра  $K_2$  квадратичного члена полинома Вольтерра в моделях нелинейных динамических объектов. Дополнительно обсуждаются опциональные этапы предобработки исходных зашумлённых данных задачи идентификации и постобработки найденных решений. Рассматривается фильтрация двумерных сигналов с помощью двумерного комбинированного фильтра.

П. 3.5 посвящён применению разработанного Алгоритма-3 для решения практической задачи идентификации переходной характеристики теплообменника. Проводится верификация интегральной модели, используемой для описания исследуемого объекта, на тестовых сигналах из семейств, используемых для идентификации. Рассматривается влияние шума измерений в исходных данных задачи на точность идентификации.

П. 3.6 посвящён применению разработанного Алгоритма-3 для решения практической задачи идентификации переходной характеристики конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт.

В п. 3.5, 3.6 выполняется проверка адекватности математических моделей исследуемых объектов на основе их имитационных моделей.

В п. 3.7 перечислены выводы по результатам третьей главы.

### 3.1. Задача идентификации динамики теплообменника

Рассмотрим задачу непараметрической идентификации динамики теплообменника, имитационная модель которого обсуждается в п. 1.3.1, при скачкообразном изменении расхода вещества  $\Delta D(t)$  на входе.

Поскольку динамика рассматриваемого объекта нелинейна, его модель аналитически описывается с помощью функциональных степенных рядов Вольтерра. Обоснование адекватности данного аппарата для представления математических моделей нелинейных динамических объектов приводится в п. 1.4.2. Для описания функциональных связей между входными и выходными величинами теплообменника используется интегральная модель в форме квадратичного полинома Вольтерра (1.20).

В п. 1.4.2 показано, что нелинейные свойства рассматриваемого объекта описываются квадратичным слагаемым (1.22) полинома (1.20)

$$\int_0^t \int_0^t K_2(s_1, s_2) \cdot x(t-s_1) \cdot x(t-s_2) ds_1 ds_2 = f_2(t), \quad t \in [0, T].$$

Модель исследуемого объекта в терминах «вход-выход» представлена на Рисунке 3.1. Требуется определить функциональную зависимость, согласно которой модель реагирует на скачкообразные входные возмущения без привязки к механизму работы объекта.

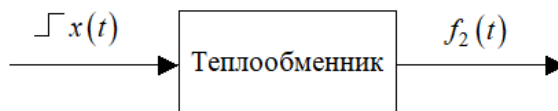


Рисунок 3.1 – Модель теплообменника типа «вход-выход»



Входной сигнал объекта  $x(t)$  представлен в виде однопараметрического семейства скачкообразных тестовых возмущений  $x_{\omega}^A(t), x_{\omega}^{-A}(t)$  согласно (1.24); выходной сигнал объекта  $f_2(t)$  не выделен из отклика  $y(t)$  (1.19) и определяется на основе откликов  $y^A(t, \omega), y^{-A}(t, \omega)$  (1.26) на соответствующие входные возмущения согласно правилу (1.28).

Для теплообменника задача непараметрической идентификации переходной характеристики в (1.22) заключается в построении оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2), 0 \leq s_1, s_2 \leq t \leq T$  при скачкообразном изменении входного сигнала  $x_{\omega}(t)$  с амплитудами  $A, -A$  по зарегистрированным значениям откликов  $y^A(t, \omega), y^{-A}(t, \omega)$ .

В качестве входных сигналов  $x_{\omega}^A(t), x_{\omega}^{-A}(t)$  принимаются отклонения расхода вещества  $\Delta D(t)$  на входе объекта от установившегося значения  $D_0 = 0,16$  кг/с на  $\pm A = \pm 25\%$ . В качестве выходных сигналов  $y^A(t, \omega), y^{-A}(t, \omega)$  принимаются отклонения энтальпии  $\Delta i(t)$  на выходе из объекта от установившегося значения  $i_0 = 1059$  кДж/кг, которые являются экспериментально полученными характеристиками, могут искажаться случайными шумами измерений, и тогда допускают представление (1.31).

Входной и выходной сигналы объекта регистрируются в равноотстоящих точках измерений на сетке

$$\begin{aligned} \{t_i, \omega_j\}, t_i = i \cdot h, \omega_j = j \cdot h, \\ i = 1 \dots N, j = 1 \dots i, \end{aligned} \quad (3.1)$$

при  $t \in [0, T], T = 30$  с, для количества узлов измерений  $N = 30$ , с равномерным шагом  $h = 1$  с по обоим аргументам  $t, \omega$ .

Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  находится с помощью разрабатываемых эффективных численных методов и алгоритмов идентификации. Проверка адекватности построенной математической модели и эффективности Алгоритма-3 идентификации выполняется при нахождении оценки отклика исследуемой модели  $\hat{f}_2(t, \omega)$  на основе найденной оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  путём её сравнения с откликом объекта  $f_2(t, \omega)$ , вычисленным согласно формуле (1.28) и принимаемым в качестве эталонного.

### 3.2. Задача идентификации динамики конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт

Рассмотрим задачу непараметрической идентификации динамики конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт, имитационная модель которого обсуждается в п. 1.3.2, при скачкообразном изменении расхода воды  $\Delta D(t)$  на входе.

Для описания функциональных связей между входными и выходными величинами конденсатора используется интегральная модель в форме квадратичного полинома Вольтерра (1.22). Модель исследуемого объекта в терминах «вход-выход» представлена на Рисунке 3.2. Требуется определить функциональную зависимость, согласно которой модель реагирует на скачкообразные входные возмущения без привязки к механизму работы объекта.

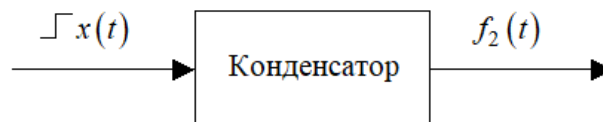


Рисунок 3.2 – Модель конденсатора типа «вход-выход»

Входной сигнал объекта  $x(t)$  представлен в виде однопараметрического семейства скачкообразных тестовых возмущений  $x_{\omega}^A(t)$ ,  $x_{\omega}^{-A}(t)$  в виде (1.24); выходной сигнал объекта  $f_2(t)$  не выделен из отклика  $y(t)$  (1.19) и определяется на основе откликов  $y^A(t, \omega)$ ,  $y^{-A}(t, \omega)$  (1.26) на соответствующие входные возмущения согласно правилу (1.28).

Для конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока электростанции задача непараметрической идентификации переходной характеристики в (1.22) заключается в построении оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  при скачкообразном изменении входного сигнала  $x_{\omega}(t)$  с амплитудами  $A$ ,  $-A$  по зарегистрированным значениям откликов  $y^A(t, \omega)$ ,  $y^{-A}(t, \omega)$ .

В качестве входных сигналов  $x_{\omega}^A(t)$ ,  $x_{\omega}^{-A}(t)$  принимаются отклонения расхода воды  $\Delta D(t)$  на входе объекта от установившегося значения  $D_0 = 11562,2$  кг/с на  $\pm A = \pm 30\%$ . В качестве выходных сигналов  $y^A(t, \omega)$ ,  $y^{-A}(t, \omega)$  принимаются отклонения давления  $\Delta p(t)$  на выходе из объекта от установившегося значения  $p_0 = 4059$  Па, которые являются экспериментально полученными характеристиками, могут искажаться случайными шумами измерений, и тогда допускают представление (1.31).

Входной и выходной сигналы объекта регистрируются в равноотстоящих точках измерений на сетке (3.1) для количества узлов измерений  $N = 15$ , с равномерным шагом  $h = 8$  с по обоим аргументам  $t, \omega$  при  $T = 120$  с.

Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  находится с помощью разрабатываемых эффективных численных методов и алгоритмов идентификации. Проверка адекватности построенной математической модели и эффективности Алгоритма-3 идентификации выполняется при нахождении оценки отклика исследуемой модели  $\hat{f}_2(t, \omega)$  на основе найденной оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  путём её сравнения с откликом объекта  $f_2(t, \omega)$ , вычисленным согласно формуле (1.28) и принимаемым в качестве эталонного.

### **3.3. Устойчивое вычисление производных второго порядка сглаживающим бикубическим сплайном**

Рассматриваются алгоритмы построения сглаживающего бикубического сплайна для вычисления устойчивых производных второго порядка зашумлённого сигнала с выбором параметров сглаживания и различными комбинациями краевых условий. Вводятся понятия скалярного и векторного параметров сглаживания и исследуется их эффективность при построении бикубического сплайна на основе статистического анализа результатов численных экспериментов. Предлагаются модификации методик оценивания оптимальных значений скалярного и векторного параметров сглаживания при известных и неизвестных характеристиках шума измерений.

#### **3.3.1. Построение сглаживающего бикубического сплайна**

В п. 2.3 рассматривается построение СКС для функции одной переменной. Построение сглаживающего сплайна для функции двух переменных рассматривается в работах [85; 226; 237]. В случае идентификации квадратичного ядра  $K_2(t, t - \omega)$  на основе формулы обращения (1.30) необходимо построить сплайны для функции двух переменных и вычислить производные второго порядка  $f_{2t\omega}''(t, \omega)$ ,  $f_{2\omega^2}''(t, \omega)$ . Для этого требуется построить новый класс сглаживающих сплайнов, в которых:

- для вычисления частных производных второго порядка строится СБС, являющийся функцией двух переменных  $t, \omega$  [62];

- задание КУ выполняется на четырёх прямых, являющихся границами прямоугольной области построения СБС [46];

- отдельно выбираются параметры сглаживания по каждой из переменных исходя из условия минимума СКО сглаживания [62].

Будем считать, что значения функций  $y^A(t, \omega)$ ,  $y^{-A}(t, \omega)$  в соотношениях (1.26), (1.28) заданы в узлах прямоугольной сетки  $\{t_i, \omega_j\}$  (3.1) [46]. Тогда значения функции  $f_2(t, \omega)$  также определены в узлах этой сетки. Модель зашумлённых значений функции  $\tilde{f}_2(t_i, \omega_j)$  представлена в виде (1.31).

Для устойчивого вычисления производных  $f_{2t\omega}''(t, \omega)$ ,  $f_{2\omega^2}''(t, \omega)$  функции двух переменных  $f_2(t, \omega)$  обратимся к методике построения СКС, рассмотренной в п. 2.3.

**Алгоритм построения СБС для вычисления частной производной второго порядка  $f_{2\omega^2}''(t, \omega)$**  рассматривается в публикациях автора [43; 46] и включает следующие этапы.

*Этап 1.* Построение дополненной функции  $f_2(t, \omega)$ .

Условие технической реализуемости формулы обращения (1.30) заключается в том, что функция  $f_2(t, \omega)$  принимает ненулевые значения для аргументов  $\omega \leq t$  [46], а при других значениях аргументов значения функции равны нулю (это следует из симметричности ядра  $K_2$ ). При решении практических задач отмечается, что в этом случае при построении СКС для значений аргументов  $\omega = t$  может возникать разрыв первого рода. Для устранения этого разрыва далее считаем, что при  $\omega > t$  нулевые значения функции  $f_2(t, \omega)$  дополняются согласно правилу [46]

$$f_2(t, t + \Delta\omega) = f_2(t, t) + [f_2(t, t) - f_2(t, t - \Delta\omega)], \Delta\omega > 0. \quad (3.2)$$

Такую функцию будем называть дополненной и обозначать далее как  $f_2(t, \omega)$ .

*Этап 2.* Задание комбинированных КУ вида (2.15) или (2.16). Выбор КУ определяется исходя из имеющейся априорной информации о значениях функции двух переменных  $f_2(t, \omega)$ . В случае отсутствия априорной информации обращаются к естественным КУ вида (2.13).

*Этап 3.* Формирование набора исходных данных  $\forall i = 1 \dots N$ :

$$\{\omega_j, \tilde{f}_1^{(i)} = \tilde{f}_2(t_i, \omega_j), j = 1 \dots N\}.$$

Затем выполняется построение СКС  $S1_{f,\alpha 1^{(i)}}^{(i)}(\omega)$  при выбранном параметре сглаживания  $\alpha 1^{(i)}$  и вычисление оценки частной производной первого порядка

$$\hat{f}'_{2\omega}(t_i, \omega_j) = \frac{d}{d\omega} S1_{f,\alpha 1^{(i)}}^{(i)}(\omega) \Big|_{\omega=\omega_j} = b1_j^{(i)},$$

где  $b1_j^{(i)}$  – коэффициент сплайна  $S1_{f,\alpha 1^{(i)}}^{(i)}(\omega)$  в формуле (2.11).

*Этап 4.* Формирование набора исходных данных  $\forall i = 1 \dots N$ :

$$\left\{ \omega_j, \tilde{f}2_j^{(i)} = \hat{f}'_{2\omega}(t_i, \omega_j), j = 1 \dots N \right\}.$$

Затем выполняется построение СКС  $S2_{f,\alpha 2^{(i)}}^{(i)}(\omega)$  при выбранном параметре сглаживания  $\alpha 2^{(i)}$  и вычисление оценки частной производной второго порядка на основе частной производной первого порядка

$$\hat{f}''_{2\omega^2}(t_i, \omega_j) = \frac{d}{d\omega} S2_{f,\alpha 2^{(i)}}^{(i)}(\omega) \Big|_{\omega=\omega_j} = b2_j^{(i)},$$

где  $b2_j^{(i)}$  – коэффициент сплайна  $S2_{f,\alpha 2^{(i)}}^{(i)}(\omega)$  в формуле (2.11). Оценки  $\hat{f}''_{2\omega^2}(t_i, \omega_j)$  значений производной второго порядка  $f''_{2\omega^2}(t_i, \omega_j)$  вычисляются в узлах  $\omega_j$  для  $t_i, i = 1 \dots N$ .

**Алгоритм построения СБС для вычисления смешанной производной второго порядка  $f''_{2t\omega}(t, \omega)$**  рассматривается в публикациях автора [43; 46] и включает следующие этапы.

*Этап 1.* Построение дополненной функции  $f_2(t, \omega)$  согласно правилу (3.2).

*Этап 2.* Задание комбинированных КУ вида (2.15) или (2.16). Выбор КУ определяется исходя из имеющейся априорной информации о значениях функции двух переменных  $f_2(t, \omega)$ . В случае отсутствия априорной информации обращаются к естественным КУ вида (2.13).

*Этап 3.* Формирование набора исходных данных при фиксированном значении  $\omega_j \forall j = 1 \dots N$ :

$$\left\{ t_i, \tilde{f}3_i^{(j)} = \tilde{f}_2(t_i, \omega_j), i = 1 \dots N \right\}.$$

Затем выполняется построение СКС  $S3_{f,\alpha3^{(j)}}^{(j)}(t)$  при выбранном параметре сглаживания  $\alpha3^{(j)}$  и вычисление оценки частной производной первого порядка

$$\hat{f}'_{2t}(t_i, \omega_j) = \left. \frac{d}{dt} S3_{f,\alpha3^{(j)}}^{(j)}(t) \right|_{t=t_i} = b3_i^{(j)},$$

где  $b3_i^{(j)}$  – коэффициент сплайна  $S3_{f,\alpha3^{(j)}}^{(j)}(t)$  в формуле (2.11).

*Этап 4.* Формирование набора исходных данных при фиксированном значении  $t_i \forall i = 1 \dots N$ :

$$\left\{ \omega_j, \tilde{f}4_j^{(i)} = \hat{f}'_{2t}(t_i, \omega_j), j = 1 \dots N \right\}.$$

Несмотря на то, что на Этапе 3 уже выполнено сглаживание при построении СКС  $S3_{f,\alpha3^{(j)}}^{(j)}(t)$ , этого недостаточно при решении практических задач, когда значения исходного сигнала  $f_2(t_i, \omega_j)$  искажаются случайным шумом измерений  $\eta_{i,j}$ , а сигнал допускает представление (1.31). В этом случае на Этапе 3 выполняется сглаживание исходного шума измерений  $\eta$  по переменной  $t$  при каждом фиксированном значении  $\omega_j$ . Поскольку значения исходного шума измерений  $\eta_{i,j}$  некоррелированы между собой, то в этом случае после сглаживания значения остаточного шума также будут некоррелированы. Предположительно, сглаживание по переменной  $\omega$  при фиксированных значениях  $t_i$  на Этапе 4 будет способствовать уменьшению уровня остаточной ошибки сглаживания. При сглаживании СКС на Этапе 4 выбираются комбинированные КУ вида (2.15) или (2.16). Затем выполняется построение СКС  $S4_{f,\alpha4^{(i)}}^{(i)}(\omega)$  при заданном параметре сглаживания  $\alpha4^{(i)}$  и вычисление оценки смешанной производной второго порядка на основе частной производной первого порядка:

$$\hat{f}''_{2t\omega}(t_i, \omega_j) = \left. \frac{d}{d\omega} S4_{f,\alpha4^{(i)}}^{(i)}(\omega) \right|_{\omega=\omega_j} = b4_j^{(i)},$$

где  $b4_j^{(i)}$  – коэффициент сплайна  $S4_{f,\alpha4^{(i)}}^{(i)}(\omega)$  в формуле (2.11). Оценки  $\hat{f}''_{2t\omega}(t_i, \omega_j)$  значений производной второго порядка  $f''_{2t\omega}(t_i, \omega_j)$  вычисляются в узлах  $\omega_j$  для  $t_i, i = 1 \dots N$ .

При описании этапов вычисления производных предполагается, что соответствующие параметры сглаживания  $\alpha1^{(i)}, \alpha2^{(i)}, \alpha3^{(i)}, \alpha4^{(i)}$  заданы. Однако, выбор параметров сглаживания

бикубического сплайна гораздо сложнее, чем выбор параметра сглаживания кубического сплайна, описанный в п. 2.3.3, 2.3.4. Это обусловлено тем, что при вычислении частной производной, например,  $f'_{2t}(t_i, \omega_j)$ , строится набор сплайнов  $S_{f, \alpha_3^{(j)}}^{(j)}(t) \quad \forall j = 1 \dots N$ , и в каждом сплайне присутствует свой параметр сглаживания. Для выбора этого параметра в работах автора [43; 54] вводятся два новых понятия.

- **Скалярный параметр сглаживания**, для которого вычисляется одна величина параметра сглаживания по всему набору сплайнов:

$$\alpha_1^{(i)} = \alpha_1, \alpha_2^{(i)} = \alpha_2, \alpha_3^{(j)} = \alpha_3, \alpha_4^{(i)} = \alpha_4.$$

- **Векторный параметр сглаживания**, для которого вычисляется свой параметр сглаживания для каждого сплайна из набора, и из них формируется вектор параметров сглаживания:

$$\bar{\alpha}_1 = \{\alpha_1^{(i)}\}, \bar{\alpha}_2 = \{\alpha_2^{(i)}\}, \bar{\alpha}_3 = \{\alpha_3^{(j)}\}, \bar{\alpha}_4 = \{\alpha_4^{(i)}\}.$$

Построение алгоритма выбора как скалярного, так и векторного параметров сглаживания зависит от наличия или отсутствия априорной информации о величине дисперсии шума измерений в исходном сигнале. Далее рассматриваются алгоритмы выбора скалярного и векторного параметров сглаживания на основе статистического критерия оптимальности и метода L-кривой.

### 3.3.2. Выбор параметров сглаживания бикубического сплайна при заданной дисперсии шума измерений

При условии, что дисперсия шума измерений  $\sigma_{\eta}^2$  в модели (1.31) известна с точностью 5-10%, выбор скалярного параметра сглаживания, например,  $\alpha_3^{(j)}$ , осуществляется на основе статистического критерия оптимальности.

Для СКС данная методика рассматривается в п. 2.3.3. Для СБС критерий для проверки гипотезы об оптимальности параметра сглаживания  $\alpha_3$  по переменной  $t$  при построении сплайна  $S_{f, \alpha_3^{(j)}}^{(j)}(t)$  принимает вид

$$\rho_W(\alpha_3) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \frac{e_3(t_i, \omega_j) \cdot \tilde{f}_2(t_i, \omega_j)}{\sigma_{\eta_{i,j}}^2},$$

где невязка  $e_3(t_i, \omega_j) = \tilde{f}_2(t_i, \omega_j) - S3_{f, \alpha 3}^{(j)}(t_i)$ . Тогда в качестве оценки для оптимального параметра сглаживания  $\alpha 3_{\text{opt}}$  принимается значение  $\alpha 3_W$ , удовлетворяющее неравенству

$$\vartheta_{N, \beta/2} \leq \rho_W(\alpha 3_W) \leq \vartheta_{N, 1-\beta/2}$$

при вероятности ошибки первого рода  $\beta = 0,05$ . При  $N > 30$  для вычисления квантилей  $\chi^2$ -распределения  $\vartheta_{N, \beta/2}$ ,  $\vartheta_{N, 1-\beta/2}$  можно воспользоваться формулами (2.27). Как и в случае СКС, вычисление оценки  $\alpha 3_W$  сводится к решению с помощью итерационных алгоритмов нелинейного уравнения

$$\rho(\alpha 3_W) = N.$$

Аналогично выбирается скалярный параметр сглаживания по переменной  $\omega$ , а также остальные скалярные параметры сглаживания  $\alpha 1^{(i)}$ ,  $\alpha 2^{(i)}$ ,  $\alpha 4^{(i)}$ . Результаты вычислительного эксперимента, приведённые в статье автора [43], показали, что при использовании рассмотренного алгоритма относительная ошибка сглаживания увеличивается на более, чем на 6-9% по сравнению с минимальным значением.

Формирование векторного параметра сглаживания рассмотрим на примере  $\overline{\alpha 3}$ , который содержит значения параметров сглаживания  $\alpha 3^{(j)}$ ,  $j = 1 \dots N$ , определяемых на основе статистического критерия оптимальности. Критерий для проверки гипотезы об оптимальности параметра сглаживания  $\alpha 3^{(j)}$  по переменной  $t$  при построении сплайна  $S3_{f, \alpha 3^{(j)}}^{(j)}(t)$  принимает вид

$$\rho_W(\alpha 3^{(j)}) = \sum_{i=1}^N \frac{e_3^{(j)}(t_i, \omega_j) \cdot \tilde{f}_2(t_i, \omega_j)}{\sigma_{\eta_{i,j}}^2},$$

где невязка  $e_3^{(j)}(t_i, \omega_j) = \tilde{f}_2(t_i, \omega_j) - S3_{f, \alpha 3^{(j)}}^{(j)}(t_i)$ . Тогда в качестве оценки для оптимального параметра сглаживания  $\overline{\alpha 3}_{\text{opt}}$ , минимизирующего СКО сглаживания сплайна  $S3_{f, \alpha 3^{(j)}}^{(j)}(t)$ , принимается значение  $\alpha 3_W^{(j)}$ , удовлетворяющее неравенству

$$\vartheta_{N, \beta/2} \leq \rho_W(\alpha 3_W^{(j)}) \leq \vartheta_{N, 1-\beta/2},$$



где число степеней свободы равно  $N$ . Вычисление оценки  $\alpha 3_W^{(j)}$  сводится к решению нелинейного уравнения

$$\rho_W(\alpha 3^{(j)}) = N.$$

Аналогично вычисляются векторные параметры сглаживания для остальных СБС.

В работе [43] приводятся результаты вычислительного эксперимента по сравнению эффективности скалярного и векторного параметров сглаживания, которые свидетельствуют о том, что СКО сглаживания при векторном параметре на 15-25% меньше по сравнению со скалярным параметром. При решении практических задач непараметрической идентификации выбор параметров сглаживания на основе статистического критерия оптимальности имеет ограниченное применение. Это связано с тем, что достоверная информация о величине дисперсии шума измерений отсутствует, а при нахождении смешанных производных второго порядка после вычисления набора сплайнов по одной переменной сплайны по другой переменной строятся уже по сглаженным значениям, содержащим остаточный шум неизвестной дисперсии. Поэтому при построении СБС для вычисления смешанных производных второго порядка целесообразно использовать векторный параметр сглаживания, проекции которого вычисляются на основе метода L-кривой.

### **3.3.3. Выбор параметров сглаживания бикубического сплайна при неизвестной дисперсии шума измерений**

В работе [50] строится алгоритм выбора параметра сглаживания одномерного СКС на основе метода L-кривой, позволяющий с приемлемой точностью оценить оптимальный параметр сглаживания в случае как некоррелированного, так и коррелированного шума измерений. Определение параметра сглаживания СКС на основе метода L-кривой подробно изложено в п. 2.3.4. В параграфе приводится модификация метода L-кривой для вычисления скалярного и векторного параметров сглаживания СБС.

В методе L-кривой в качестве параметра сглаживания принимается величина  $\alpha_L$ , являющаяся решением вариационной задачи (2.31), а кривизна  $k_L(\alpha)$  L-кривой определяется по формуле (2.32). На основе соотношений (2.30) для СКС можно построить алгоритм для вычисления проекций скалярного параметра сглаживания (для определённости на Этапах 4 алгоритмов построения СБС для вычисления производных  $f_{2\omega^2}''(t, \omega)$ ,  $f_{2t\omega}''(t, \omega)$ ).

Например, для скалярного параметра  $\alpha_2$  функционалы  $\rho(\alpha)$ ,  $\gamma(\alpha)$  определяются как

$$\rho_L(\alpha_2) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\left[ \tilde{f}_2^{(i)} - S_{f, \alpha_2}^{(i)}(\omega_j) \right]^2}{p_{i,j}},$$

$$\gamma_L(\alpha_2) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \left[ 4 \cdot \left( c_{2_j}^{(i)} \right)^2 \cdot h_j + 12 \cdot c_{2_j}^{(i)} \cdot d_{2_j}^{(i)} \cdot h_j^2 + 12 \cdot \left( d_{2_j}^{(i)} \right)^2 \cdot h_j^3 \right],$$

где  $p_{i,j}$  – весовые множители для  $i,j$ -го измерения;  $c_{2_j}^{(i)}$ ,  $d_{2_j}^{(i)}$  – коэффициенты сплайна  $S_{f, \alpha_2}^{(i)}(\omega)$ ;  $h_j = \omega_{j+1} - \omega_j$ ,  $j = 1 \dots N-1$ . Кривизна  $k_L(\alpha)$  находится по формуле (2.32). Значение  $\alpha_{2L}$ , при котором кривизна L-кривой максимальна, является скалярным параметром сглаживания бикубического сплайна и находится при решении вариационной задачи (2.31).

Для вычисления проекций векторного параметра сглаживания (для определённости на Этапах 4 алгоритмов построения СБС для вычисления производных  $f_{\omega^2}''(t, \omega)$ ,  $f_{2t\omega}''(t, \omega)$ ), в качестве  $i$ -ой проекции вектора  $\overline{\alpha}_{2L}$  принимается значение  $\alpha_{2L}^{(i)}$ , доставляющее максимум кривизны  $k_L(\alpha)$  L-кривой, вычисленной для сплайна  $S_{f, \alpha_2}^{(i)}(\omega)$ . При этом функционалы  $\rho(\alpha)$ ,  $\gamma(\alpha)$  определяются выражениями

$$\rho_L^{(i)}(\alpha_2^{(i)}) = \sum_{j=1}^N p_{i,j}^{-1} \left[ \tilde{f}_2^{(i)} - S_{f, \alpha_2}^{(i)}(\omega_j) \right]^2,$$

$$\gamma_L^{(i)}(\alpha_2^{(i)}) = \sum_{j=1}^{N-1} \left[ 4 \cdot \left( c_{2_j}^{(i)} \right)^2 \cdot h_j + 12 \cdot c_{2_j}^{(i)} \cdot d_{2_j}^{(i)} \cdot h_j^2 + 12 \cdot \left( d_{2_j}^{(i)} \right)^2 \cdot h_j^3 \right].$$

### 3.3.4. Сравнение алгоритмов выбора скалярного и векторного параметров сглаживания

Рассмотрим результаты вычислительного эксперимента, позволяющего исследовать точность построения СБС при скалярном и векторном параметрах сглаживания, оцениваемых на основе статистического критерия оптимальности и метода L-кривой. Необходимо отметить, что в отличие от практических задач, в вычислительном эксперименте известны точные значения исходной функции двух переменных  $f_2(t, \omega)$ , что даёт возможность вычисления оптимальных значений параметров сглаживания.

В качестве точного двумерного тестового сигнала  $f_2(t, \omega)$  берётся функция двух переменных, изображённая в изолиниях на Рисунке 3.3, которая характеризуется достаточно сложной для фильтрации шумов измерений структурой. Точные значения функции  $f_2(t_i, \omega_j)$  вычисляются в узлах прямоугольной сетки  $\{t_i, \omega_j\}$ ,  $i = 1 \dots N_t$ ,  $j = 1 \dots N_\omega$ ,  $N_t = 120$  с,  $N_\omega = 100$  с, где  $t_i = i \cdot h_t$ ,  $\omega_j = j \cdot h_\omega$ ,  $h_t = 0,03$  с,  $h_\omega = 0,03$  с, и искажаются случайным шумом измерений  $\eta_{ij}$  модели НИ. Зашумлённая функция  $\tilde{f}_2(t_i, \omega_j)$  допускает представление (1.31) и является исходной функцией двух переменных для построения СБС и выбора параметров сглаживания.

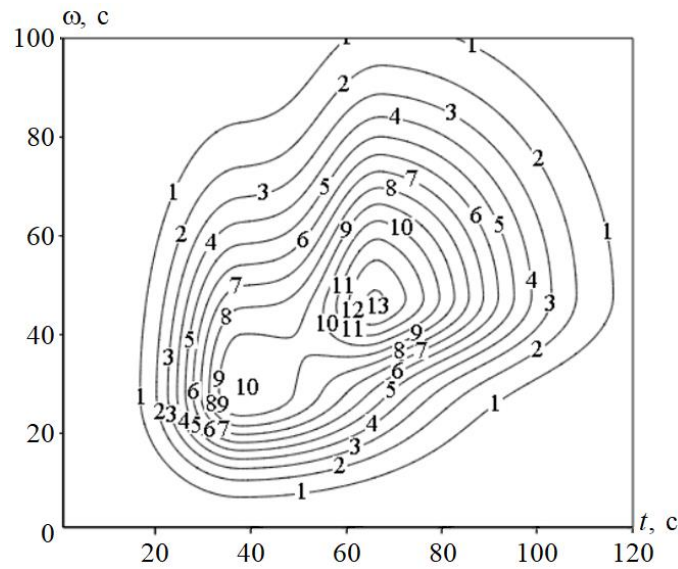


Рисунок 3.3 – Двумерный тестовый сигнал  $f_2(t, \omega)$

При поиске смешанной производной второго порядка  $f_{2t\omega}''(t, \omega)$  относительные ошибки сглаживания  $\delta_{f,t}(\alpha 1)$ ,  $\delta_{f,\omega}(\alpha 2)$  по переменным  $t, \omega$  на Этапах 3, 4 Алгоритма построения СБС соответственно определяются на основе формулы (2.29). Оптимальные скалярный  $\alpha 1_{\text{opt}}$  и векторный  $\overline{\alpha 1}_{\text{opt}}$  параметры сглаживания вычисляются на Этапе 3 из условия минимума относительной ошибки сглаживания  $\delta_{f,t}(\alpha 1)$ ;  $\alpha 1_W, \overline{\alpha 1}_W$  – оценки параметров сглаживания, вычисленные на основе критерия оптимальности;  $\alpha 1_L, \overline{\alpha 1}_L$  – оценки параметров сглаживания, вычисленные на основе метода L-кривой. Аналогичные обозначения принимаются на Этапе 4:  $\alpha 2_{\text{opt}}, \overline{\alpha 2}_{\text{opt}}, \alpha 2_W, \overline{\alpha 2}_W, \alpha 2_L, \overline{\alpha 2}_L$ .

Чтобы определить, насколько близки находимые оценки скалярных и векторных параметров сглаживания к их оптимальным значениям, вводятся коэффициенты эффективности скалярного параметра  $K_S$  и векторного параметра  $K_V$ .

На Этапе 3 коэффициенты эффективности определяются как

$$K1_S(\alpha1_W) = \frac{\delta_{f,t}(\alpha1_{opt})}{\delta_{f,t}(\alpha1_W)}, K1_V(\overline{\alpha1}_W) = \frac{\delta_{f,t}(\overline{\alpha1}_{opt})}{\delta_{f,t}(\overline{\alpha1}_W)};$$

$$K1_S(\alpha1_L) = \frac{\delta_{f,t}(\alpha1_{opt})}{\delta_{f,t}(\alpha1_L)}, K1_V(\overline{\alpha1}_L) = \frac{\delta_{f,t}(\overline{\alpha1}_{opt})}{\delta_{f,t}(\overline{\alpha1}_L)}.$$

На Этапе 4 коэффициенты эффективности определяются как

$$K2_S(\alpha2_L) = \frac{\delta_{f,t\omega}(\alpha2_{opt})}{\delta_{f,t\omega}(\alpha2_L)}, K2_V(\overline{\alpha2}_L) = \frac{\delta_{f,t\omega}(\overline{\alpha2}_{opt})}{\delta_{f,t\omega}(\overline{\alpha2}_L)}.$$

Коэффициенты эффективности являются случайными величинами, зависящими от очередной реализации шума измерений, лежащими в интервале от 0 до 1, причём чем ближе значение коэффициента к 1, тем точнее построенные оценки. В Таблице 3.1 представлены выборочные средние значения соответствующих коэффициентов эффективности, которые вычисляются по выборке объёмом  $N_{sam} = 30$  различных реализаций шума измерений с одинаковыми характеристиками при различных задаваемых уровнях шума  $\delta_\eta$  в сигнале  $\tilde{f}_2(t, \omega)$ .

Таблица 3.1 – Коэффициенты эффективности параметров сглаживания СБС

Уровень исходного шума, $\delta_\eta$	Коэффициенты эффективности					
	Этап 3				Этап 4	
	$\overline{K1}_S(\alpha1_W)$	$\overline{K1}_V(\overline{\alpha1}_W)$	$\overline{K1}_S(\alpha1_L)$	$\overline{K1}_V(\overline{\alpha1}_L)$	$\overline{K2}_S(\alpha2_L)$	$\overline{K2}_V(\overline{\alpha2}_L)$
0,02	0,985	0,898	0,995	0,965	0,916	0,887
0,04	0,982	0,889	0,994	0,926	0,897	0,876
0,06	0,981	0,878	0,991	0,898	0,832	0,820

Статистический анализ результатов численных экспериментов, представленных в Таблице 3.1, показывает, что оба алгоритма выбора параметров сглаживания на Этапе 3 дают довольно точные оценки значений оптимальных параметров, при этом увеличение относительной ошибки сглаживания происходит на 5-15%. Коэффициент эффективности

скалярного параметра сглаживания  $K_S$  выше, чем коэффициент эффективности векторного параметра сглаживания  $K_V$ . С увеличением уровня исходного шума измерений  $\delta_\eta$  в сигнале  $\tilde{f}_2(t, \omega)$  значения коэффициентов эффективности  $K_S, K_V$  уменьшаются при любом методе выбора параметров сглаживания. На Этапе 4 коэффициенты эффективности  $K_S, K_V$  имеют ожидаемо меньшие значения, чем на Этапе 3.

Для оценивания значения ошибки сглаживания после построения СБС по второй переменной на Этапе 4 Алгоритма построения СБС для вычисления производной  $f_{2t\omega}''(t, \omega)$  вводятся коэффициенты эффективности вторичного сглаживания для оптимальных скалярного и векторного параметров СБС

$$K_S(\alpha_{\text{opt}}) = \frac{\delta_{f,t}(\alpha 1_{\text{opt}})}{\delta_{f,t\omega}(\alpha 2_{\text{opt}})}, \quad K_V(\bar{\alpha}_{\text{opt}}) = \frac{\delta_{f,t}(\bar{\alpha} 1_{\text{opt}})}{\delta_{f,t\omega}(\bar{\alpha} 2_{\text{opt}})},$$

а также коэффициенты, показывающие, во сколько раз уменьшается ошибка сглаживания для параметров, вычисленных на основе метода L-кривой

$$K_S(\alpha_L) = \frac{\delta_{f,t}(\alpha 1_L)}{\delta_{f,t\omega}(\alpha 2_L)}, \quad K_V(\bar{\alpha}_L) = \frac{\delta_{f,t}(\bar{\alpha} 1_L)}{\delta_{f,t\omega}(\bar{\alpha} 2_L)}.$$

В Таблице 3.2 представлены выборочные средние значения соответствующих коэффициентов эффективности вторичного сглаживания, а также средние значения относительной ошибки сглаживания  $\delta_{f,t\omega}(\alpha 2_L)$ , которые вычисляются по выборке объёмом  $N_{\text{sam}} = 30$  различных реализаций шума измерений с одинаковыми характеристиками при различных задаваемых уровнях шума  $\delta_\eta$  в сигнале  $\tilde{f}_2(t, \omega)$ .

Таблица 3.2 – Коэффициенты эффективности параметров вторичного сглаживания СБС

Уровень исходного шума, $\delta_\eta$	Коэффициенты эффективности				Относительная ошибка вторичного сглаживания, $\bar{\delta}_{f,t\omega}(\alpha 2_L)$
	$\bar{K}_S(\alpha_{\text{opt}})$	$\bar{K}_V(\bar{\alpha}_{\text{opt}})$	$\bar{K}_S(\alpha_L)$	$\bar{K}_V(\bar{\alpha}_L)$	
0,02	1,982	1,896	1,732	1,641	0,004
0,04	2,074	2,011	1,669	1,581	0,009
0,06	2,241	2,071	1,573	1,498	0,013

Статистический анализ результатов численных экспериментов, представленных в Таблице 3.2, показывает, что несмотря на уменьшение коэффициентов эффективности для параметров сглаживания, вычисленных методом L-кривой, по сравнению с оптимальными значениями, уменьшение ошибки вторичного сглаживания на Этапе 4 составляет 30-50%.

На Рисунке 3.4 представлены в изолиниях результаты сглаживания зашумлённого сигнала  $\tilde{f}_2(t, \omega)$  на Этапе 3 при уровне исходного шума  $\delta_\eta = 0,06$ ; относительная ошибка сглаживания, вычисляемая согласно формуле (2.29), в этом случае составила  $\delta_{f,t}(\alpha_{1L}) = 0,015$ . На Рисунке 3.5 представлены в изолиниях результаты вторичного сглаживания на Этапе 4, ошибка вторичного сглаживания в этом случае составила  $\delta_{f,t\omega}(\alpha_{2L}) = 0,010$ . Видно значительное уменьшение ошибки сглаживания как в количественном, так и в качественном отношении.

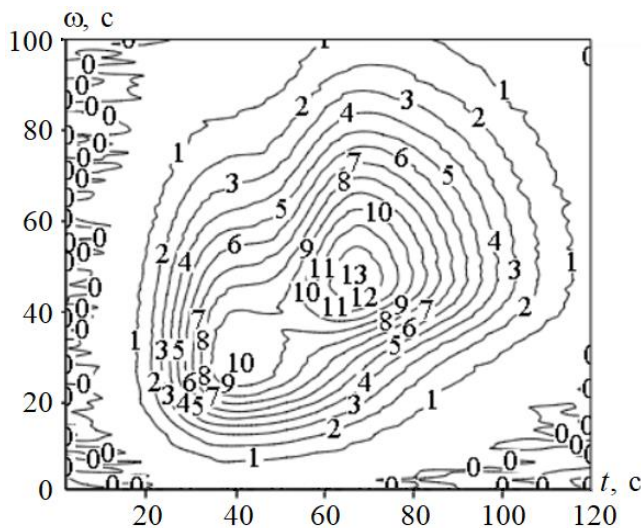


Рисунок 3.4 – Сглаживание сигнала  $\tilde{f}_2(t, \omega)$  на Этапе 3

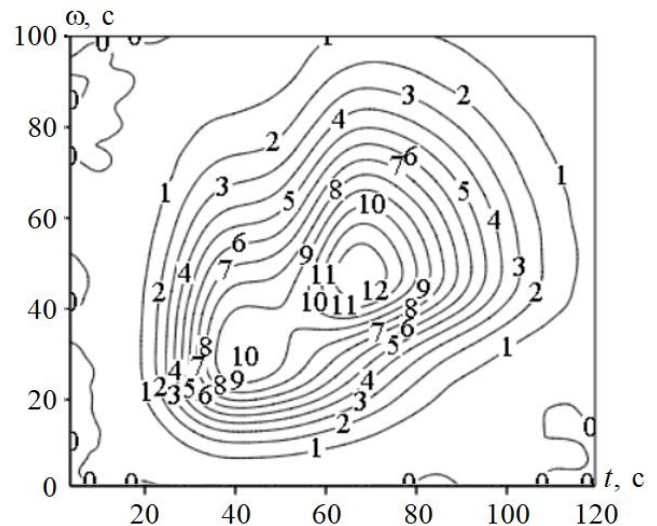


Рисунок 3.5 – Вторичное сглаживание сигнала на Этапе 4

Исходя из вышесказанного, далее в работе при решении практических задач строится СБС с векторным параметром сглаживания, выбираемым на основе метода L-кривой.

### 3.4. Устойчивый алгоритм идентификации переходных характеристик в моделях нелинейных динамических объектов

Для решения практических задач идентификации переходных характеристик нелинейных динамических объектов разработан эффективный численный алгоритм, реализованный с помощью методов, рассматриваемых в п. 3.2, 3.3. Для построения аналитических моделей

нелинейных стационарных динамических объектов типа «вход-выход» в работе используется квадратичный полином Вольтерра (1.20).

**Алгоритм-3 идентификации ядра  $K_2$  квадратичного полинома Вольтерра в моделях нелинейных стационарных динамических объектов** включает следующие этапы.

*Этап 1* (опциональный). Предварительная обработка зашумлённого сигнала  $\tilde{f}_2(t, \omega)$ .

В Алгоритм-3 могут включаться этапы предобработки исходных зашумлённых данных задачи идентификации и постобработки найденных решений. Как правило, эти этапы связаны с удалением шумов измерений (исходных или остаточных) в двумерных сигналах. Этапы предобработки и постобработки не являются обязательными, а решение о целесообразности и эффективности их проведения должно приниматься исследователем для каждой отдельной задачи.

Данный этап предобработки проводится в случае искажения исходного сигнала  $f_2(t, \omega)$  импульсным шумом или однородным шумом уровня  $\delta_{\eta} \geq 10\%$  и способствует снижению относительной ошибки идентификации. Фильтрация сигнала  $\tilde{f}_2(t, \omega)$  проводится локально-пространственным двумерным КФ, работа которого рассматривается в литературе [32; 66; 229; 230; 234].

Двумерный КФ представляет собой последовательное соединение двух фильтров: двумерного МФ (для устранения импульсных помех) и двумерного ИФ (для более эффективного устранения однородного шума). Выходной сигнал двумерного КФ определяется следующим алгоритмом [46].

*Этап 1.* Построение двумерной оценки МФ для матрицы зашумлённого выходного сигнала  $\tilde{F}_2$ , сформированной из значений функции двух переменных  $\tilde{f}_2(t_i, \omega_j)$  на сетке (3.1):

$$\hat{F}_{2_{j_1, j_2}}^{\text{МФ}} = \text{med}_{i_1, i_2 \in B} \left( \tilde{F}_{2_{i_1, i_2}} \right), \quad i_1 = 1 \dots N, \quad i_2 = 1 \dots N,$$

где  $\text{med}_{i_1, i_2 \in B} \left( \tilde{F}_{2_{i_1, i_2}} \right)$  – вычисление медианы для элементов матрицы  $\tilde{F}_2$ , попавших в прямоугольную апертуру  $B$  фильтра с размерами  $L_1 \times L_2$  [46].

*Этап 2.* Построение двумерной оценки ИФ по усреднённым значениям МФ  $\hat{F}_{2_{j_1, j_2}}^{\text{МФ}}$

$$\hat{F}_{2_{j_1, j_2}}^{\text{КФ}} = \text{aver}_{i_1, i_2 \in A} \left( \hat{F}_{2_{i_1, i_2}}^{\text{МФ}} : \left| \hat{F}_{2_{i_1, i_2}}^{\text{МФ}} - \hat{F}_{2_{j_1, j_2}}^{\text{МФ}} \right| \leq \Delta_F \right), \quad (3.3)$$

$$i_1 = 1 \dots N, \quad i_2 = 1 \dots N, \quad j_1 = 1 \dots N, \quad j_2 = 1 \dots N,$$

где  $\text{aver}_{i1, i2 \in A}$  – вычисление среднего значения для элементов матрицы  $\hat{F}_2^{\text{МФ}}$ , попавших в прямоугольную апертуру  $A$  фильтра с размерами  $K_1 \times K_2$  [46].

Из формулы (3.3) видно, что значения МФ  $\hat{F}_{2_{j1, j2}}^{\text{МФ}}$  также удовлетворяют дополнительному условию  $|\hat{F}_{2_{i1, i2}}^{\text{МФ}} - \hat{F}_{2_{j1, j2}}^{\text{МФ}}| \leq \Delta_F$  для предотвращения сглаживания контрастных составляющих двумерного сигнала при правильно выбранной величине порога  $\Delta_F$ , выбор порога рассматривается в работе [214]. При этом размеры  $L_1 \times L_2$  апертуры  $B$  должны быть меньше либо равны размерам  $K_1 \times K_2$  апертуры  $A$  [177]. Значения апертур  $K_1, K_2, L_1, L_2$  выбираются на основе статистического критерия оптимальности линейных алгоритмов фильтрации.

*Этап 2.* Построение СБС для отфильтрованного сигнала  $\hat{F}_2^{\text{КФ}}$  и вычисление частной производной второго порядка  $f_{2\omega^2}''(t, \omega)$  на основе Алгоритма построения СБС.

При наличии априорной информации о точных значениях  $f_{2\omega}'(t_1), f_{2\omega}'(t_N)$  при построении СБС следует использовать комбинированные КУ вида (2.15) или (2.16). Если же такая информация отсутствует, то следует обратиться к естественным КУ вида (2.13).

При наличии априорной информации о дисперсии шума измерений  $\sigma_{\eta}^2$  в сигнале  $\tilde{f}_2(t, \omega)$  выбор векторных параметров сглаживания  $\overline{\alpha 1}, \overline{\alpha 2}$  осуществляется на основе статистического критерия оптимальности. Если же такая информация отсутствует, то выбор параметров сглаживания  $\overline{\alpha 1}, \overline{\alpha 2}$  осуществляется на основе метода L-кривой.

*Этап 3.* Построение СБС для отфильтрованного сигнала  $\hat{F}_2^{\text{КФ}}$  и вычисление смешанной производной второго порядка  $f_{2t\omega}''(t, \omega)$  на основе Алгоритма построения СБС.

При наличии априорной информации о точных значениях  $f_{2t}'(\omega_1), f_{2t}'(\omega_N), f_{2\omega}'(t_1), f_{2\omega}'(t_N)$  при построении СБС следует использовать комбинированные КУ вида (2.15) или (2.16). Если же такая информация отсутствует, то следует обратиться к естественным КУ вида (2.13).

При наличии априорной информации о дисперсии шума измерений  $\sigma_{\eta}^2$  в сигнале  $\tilde{f}_2(t, \omega)$  выбор векторных параметров сглаживания  $\overline{\alpha 3}, \overline{\alpha 4}$  осуществляется на основе статистического критерия оптимальности. Если же такая информация отсутствует, то выбор параметров сглаживания  $\overline{\alpha 3}, \overline{\alpha 4}$  осуществляется на основе метода L-кривой.

*Этап 4.* Вычисление оценки симметричного двумерного ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  согласно формуле обращения (1.30)



$$\hat{K}_2(t, t - \omega) = \hat{K}_2(t - \omega, t) = \frac{S4_{f, \alpha 4^{(i)}}^{(i)}(\omega) + S2_{f, \alpha 2^{(i)}}^{(i)}(\omega)}{2}, \quad t, \omega \in \Delta_2. \quad (3.4)$$

*Этап 5* (опциональный). Постобработка найденного решения  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$ .

Как показано в работе [46], при искажении двумерного выходного сигнала  $f_2(t, \omega)$  нормально распределённым шумом даже относительно невысокого уровня ( $\delta_\eta < 10\%$ ), величина относительной ошибки вычисления производных второго порядка  $\delta_{f''}(\alpha)$  (2.33) может достигать 20%, соответственно, в этом случае существенно снижается точность искомой оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$ . Поскольку основная составляющая ошибки идентификации  $\delta_K$ , вычисляемой согласно формуле (2.36)

$$\delta_K = \frac{\|\hat{K} - K\|}{\|K\|}, \quad (3.5)$$

где  $\|\cdot\|$  – евклидова норма матрицы, имеет случайный характер [46], необходимо снизить случайную составляющую ошибки, не повышая при этом величину систематической ошибки. Для этой цели подходит двумерный КФ, который хорошо убирает шумы измерений, сохраняя при этом контрастные составляющие фильтруемого сигнала. Принятие решения о необходимости проведения этапа постобработки зависит от гладкости исходных сигналов, уровня шума измерений в исходных данных и требований к искомому решению.

### 3.5. Результаты вычислительного эксперимента по идентификации динамики теплообменника

Объектом исследования является теплообменник, имитационная модель которого обсуждалась в п. 1.3.1.

Вначале проводится верификация используемой интегральной модели (1.22) на тестовых сигналах из семейств, использующихся для идентификации. Сигналы объекта регистрируются на прямоугольной сетке (3.1) при  $T = 80$  с, для количества узлов измерений  $N = 80$ , с равномерным шагом  $h = 1$  с по обоим аргументам  $t, \omega$ . Типовая тестовая ИПФ теплообменника [140] – симметричное квадратичное ядро  $K_2(s_1, s_2)$  – представлена на Рисунке 3.6. Тестовый выходной сигнал теплообменника  $f_2(t, \omega)$  при скачкообразном входном воздействии  $x_\omega(t)$ , определяемый на основе интеграла (1.27), показан на Рисунке 3.7.

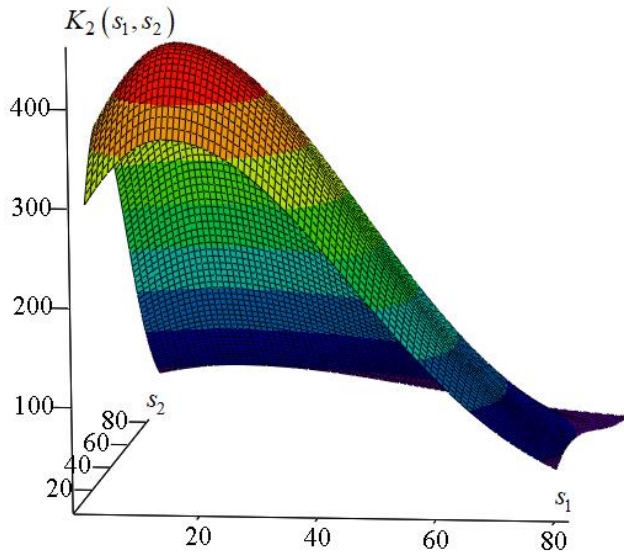


Рисунок 3.6 – Вид типового тестового квадратичного ядра теплообменника  $K_2(s_1, s_2)$

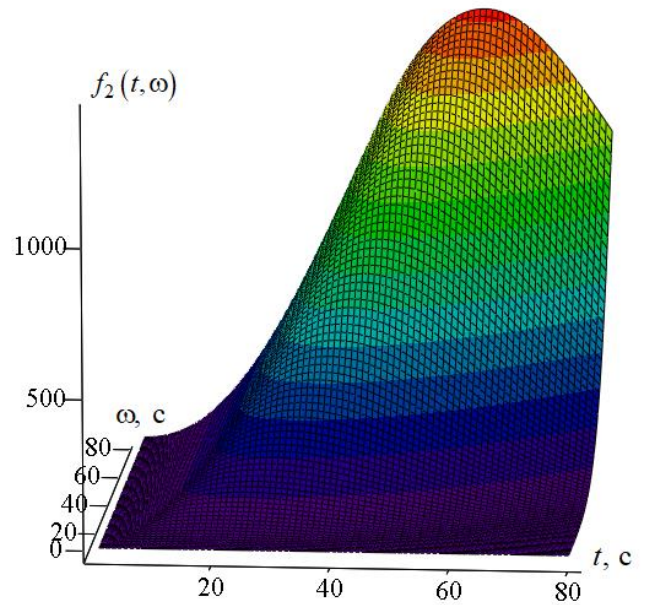


Рисунок 3.7 – Тестовый выходной сигнал теплообменника  $f_2(t, \omega)$

На основе тестового сигнала  $f_2(t, \omega)$  согласно Алгоритму-3 вычисляется оценка квадратичного ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$ . При отсутствии шума измерений в тестовом сигнале  $f_2(t, \omega)$  по точным значениям  $f_2(t_i, \omega_j)$  строятся интерполяционные сплайны  $S1_f(\omega)$ ,  $S3_f(t)$  при комбинированных КУ вида (2.16), вычисляются их производные  $S1'_f(\omega)$ ,  $S3'_f(t)$  и находятся оценки производных второго порядка  $\hat{f}''_{2\omega^2}(t, \omega)$  (Рисунок 3.8),  $\hat{f}''_{2t\omega}(t, \omega)$  (Рисунок 3.9).

Оценка квадратичного ядра  $\hat{K}_2(t, t - \omega)$  вычисляется согласно формуле (3.4). Относительная ошибка идентификации  $\delta_K$  вычисляется согласно формуле (3.5). На Рисунках 3.10, 3.11 показаны вычисленные оценки  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  при естественных и комбинированных КУ соответственно, ошибки идентификации при этом принимают значения: для естественных КУ  $\delta_K = 0,033$ , для комбинированных КУ  $\delta_K = 0,014$ . На Рисунке 3.10 отчётливо прослеживается, что задание естественных КУ при построении сплайнов для рассматриваемых типов сигналов не только увеличивает значение ошибки идентификации, но и качественно искажает вид искомой характеристики.

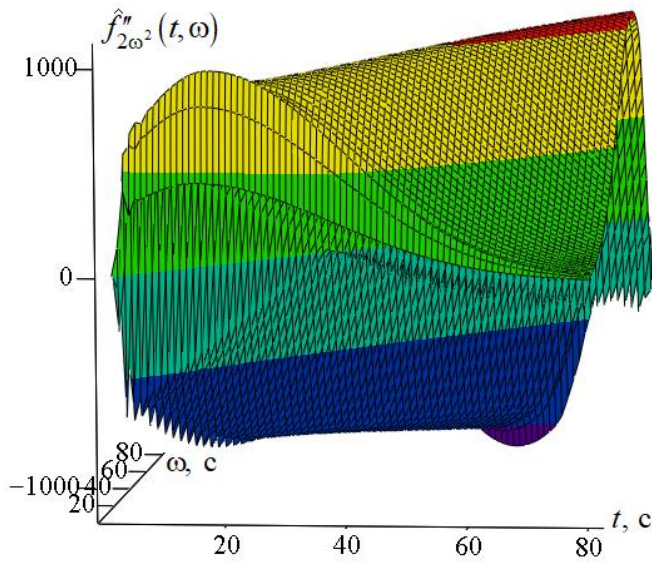


Рисунок 3.8 – Оценка частной производной второго порядка  $\hat{f}''_{2\omega^2}(t, \omega)$

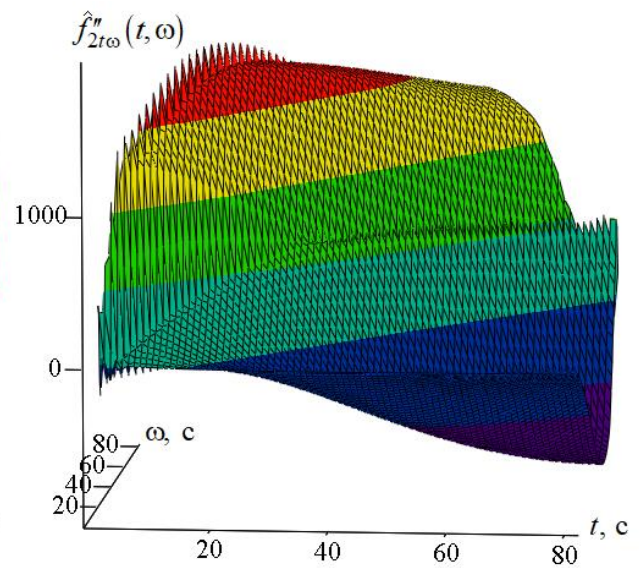


Рисунок 3.9 – Оценка смешанной производной второго порядка  $\hat{f}''_{2t\omega}(t, \omega)$

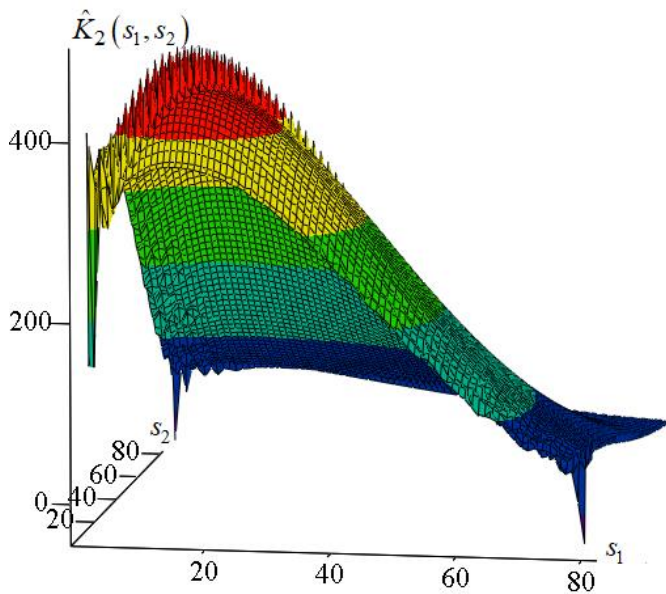


Рисунок 3.10 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  (естественные КУ)

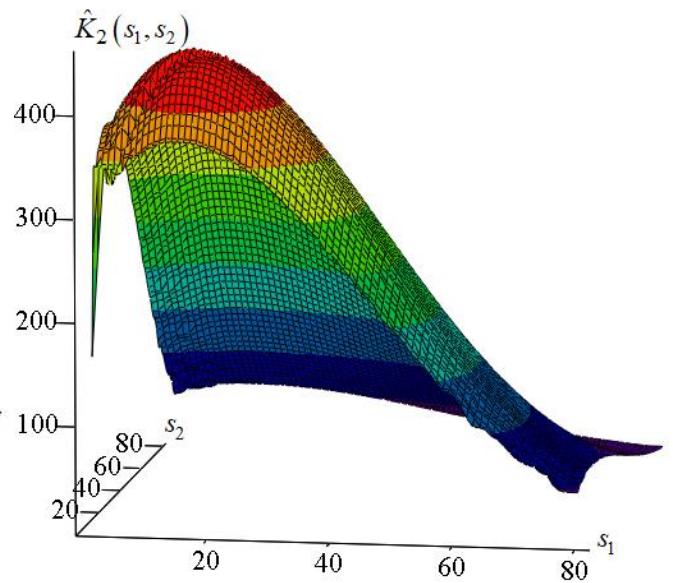


Рисунок 3.11 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  (комбинированные КУ, без постобработки)

Постобработка найденного решения включает обработку полученной оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  двумерным КФ, а также локальную аппроксимацию диагональных элементов симметричной матрицы  $\hat{K}_2$  полиномом третьего порядка. Размеры прямоугольных апертур КФ:  $A = 1 \times 1$  на этапе построения двумерной оценки ИФ,  $B = 1 \times 1$  на этапе построения двумерной оценки МФ при величине порога  $\Delta_F = 1$ . На Рисунках 3.11, 3.12 показаны оценки  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  без постобработки и с постобработкой соответственно. Очевидно, что этап

постобработки позволяет существенно улучшить точность получаемого решения. Относительные ошибки идентификации принимают значения: без постобработки  $\delta_K = 0,014$ , после постобработки  $\delta_K = 4,614 \times 10^{-3}$ .

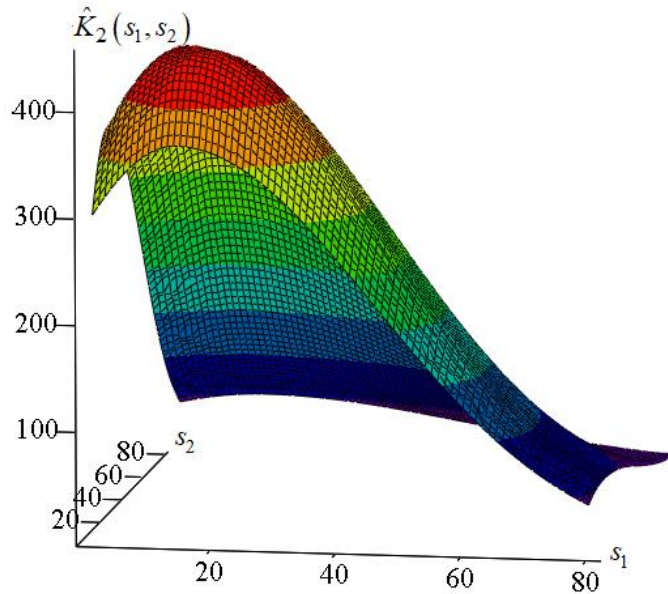


Рисунок 3.12 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  после постобработки

Методическая ошибка Алгоритма-3  $\delta_K = 4,614 \times 10^{-3}$ . Невязка  $E(t)$  ядер  $K_2$  и  $\hat{K}_2$  вычисляется на основе формулы (3.5) и показана на Рисунке 3.13. Наибольших значений невязка достигает на границах ядер, что обусловлено большими величинами ошибки дифференцирования сплайна в области малых значений (слева) и в области больших значений (справа) аргументов  $t, \omega$ , при этом вдали от границ влияние КУ уже менее выражено.

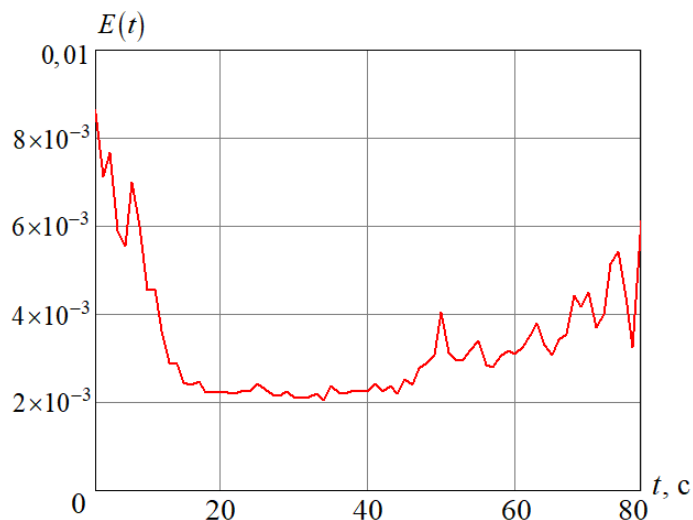


Рисунок 3.13 – Невязка полученного решения  $E(t)$  при фиксированном  $\omega = 1$  с

Низкий уровень методической ошибки Алгоритма-3 проиллюстрирован на Рисунках 3.14, 3.15, где показаны тестовое ядро  $K_2(s_1, s_2)$  и вычисленная оценка  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  соответственно в изолиниях.

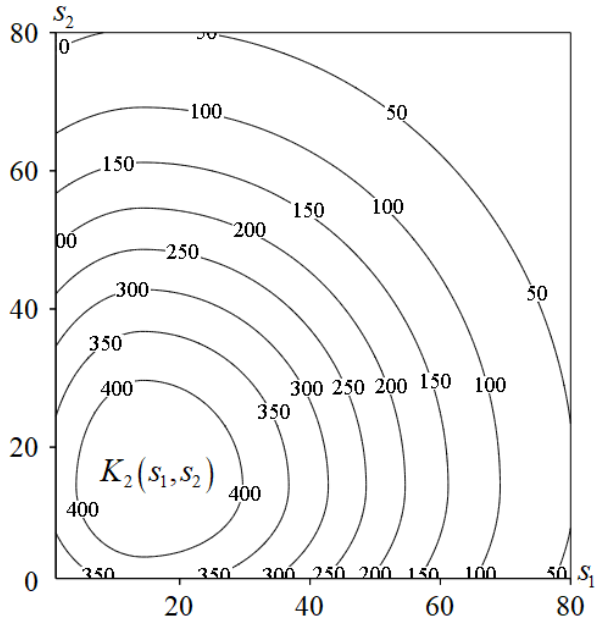


Рисунок 3.14 – Тестовое ядро  $K_2(s_1, s_2)$   
(изолинии)

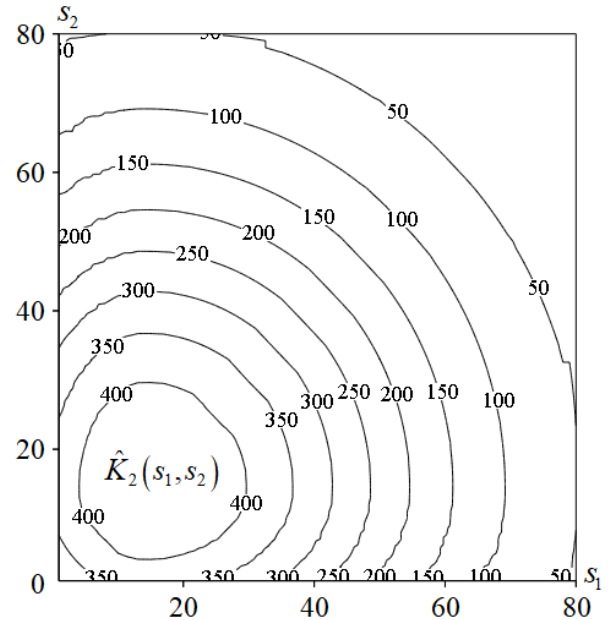


Рисунок 3.15 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$   
(изолинии)

На этих же тестовых сигналах  $K_2(s_1, s_2)$  (Рисунок 3.6),  $f_2(t, \omega)$  (Рисунок 3.7) рассматривается влияние погрешности измерений в зашумлённом выходном сигнале  $\tilde{f}_2(t, \omega)$ , допускающем представление (1.31), на точность идентификации.

Величина относительной ошибки идентификации  $\delta_K$  является случайной величиной, зависящей от реализации шума измерений, поэтому в Таблице 3.3 представлены средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_K$ , вычисленных по выборке размером  $N_{\text{sam}} = 50$  с помощью Алгоритма-3, при различных задаваемых уровнях шума измерений в выходном сигнале  $\delta_\eta$ . Средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_K$  в Таблице 3.3 вычислены как с проведением этапов предварительной фильтрации и постобработки, так и без них.

Статистический анализ результатов численных экспериментов, представленных в Таблице 3.3, доказывает, что этап постобработки полученного решения очень важен при работе с нелинейными объектами и позволяет снизить значение относительной ошибки идентификации  $\delta_K$  в среднем в 2 раза. Также наблюдается незначительный эффект снижения уровня  $\delta_K$  при проведении предварительной фильтрации исходного зашумлённого сигнала при



уровнях шума измерений  $\delta_\eta < 10\%$ , в то время как предобработка при уровнях шума  $\delta_\eta \geq 10\%$  уменьшает значение  $\delta_K$  на 25-30%.

Таблица 3.3 – Средние значения относительных ошибок идентификации  $\bar{\delta}_K$  квадратичного ядра

$K_2(s_1, s_2)$  при различных задаваемых уровнях шума измерений  $\delta_\eta$  в выходном сигнале

Среднее значение относительной ошибки идентификации, $\bar{\delta}_K$	Уровень исходного шума, $\delta_\eta$						
	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14
с проведением всех необходимых этапов	0,042	0,068	0,098	0,131	0,142	0,166	0,224
без предобработки	0,045	0,073	0,103	0,135	0,168	0,232	0,327
без постобработки	0,082	0,133	0,186	0,253	0,275	0,317	0,471

Вид зашумлённого выходного сигнала  $\tilde{f}_2(t, \omega)$  при уровне шума  $\delta_\eta = 0,04$  представлен на Рисунке 3.16.

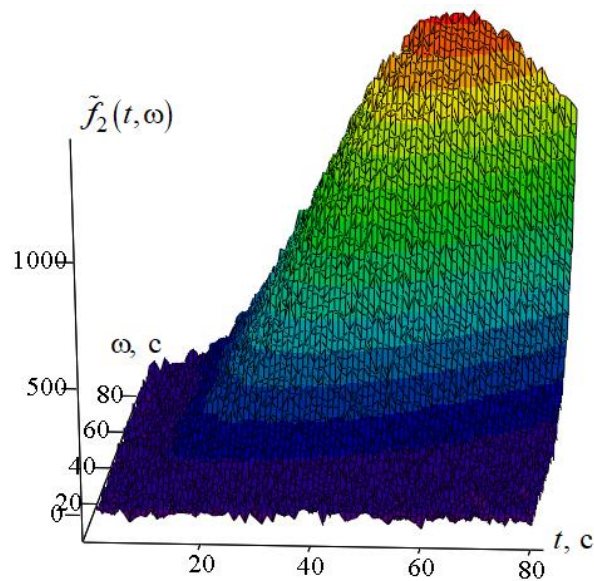


Рисунок 3.16 – Зашумлённый выходной сигнал теплообменника  $\tilde{f}_2(t, \omega)$ ,  $\delta_\eta = 0,04$

Векторные параметры сглаживания на всех шагах вычисления оценок производных  $\hat{f}_{2\omega^2}''(t, \omega)$ ,  $\hat{f}_{2t\omega}''(t, \omega)$  зашумлённого сигнала  $\tilde{f}_2(t, \omega)$  выбираются на основе статистического критерия оптимальности. Постобработка найденного решения включает обработку полученной оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  двумерным КФ, а также локальную аппроксимацию

диагональных элементов симметричной матрицы  $\hat{K}_2$  полиномом третьего порядка. Размеры прямоугольных апертур КФ:  $A = 7 \times 7$  на этапе построения двумерной оценки ИФ,  $B = 7 \times 7$  на этапе построения двумерной оценки МФ при величине порога  $\Delta_F = 3$ . На Рисунках 3.17, 3.18 показаны оценки  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  без постобработки и с постобработкой соответственно. Относительные ошибки идентификации принимают значения: без постобработки  $\delta_K = 0,144$ , после постобработки  $\delta_K = 0,069$ . Для сравнения на Рисунках 3.19, 3.20 показаны тестовое ядро  $K_2(s_1, s_2)$  и вычисленная оценка  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  соответственно в изолиниях.

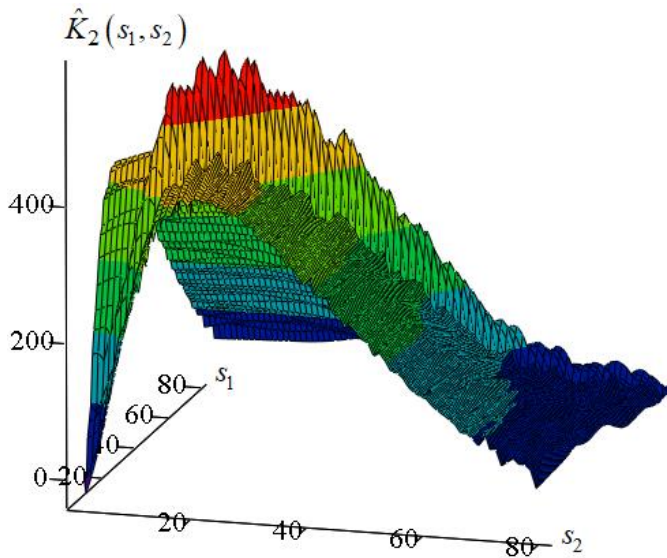


Рисунок 3.17 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  без постобработки

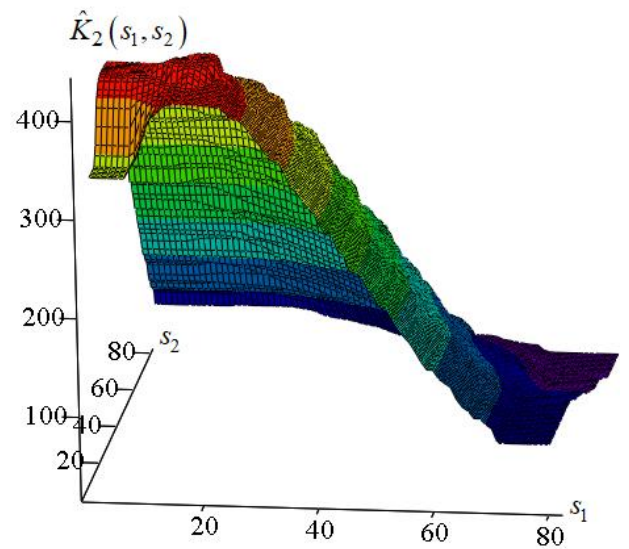


Рисунок 3.18 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  после постобработки

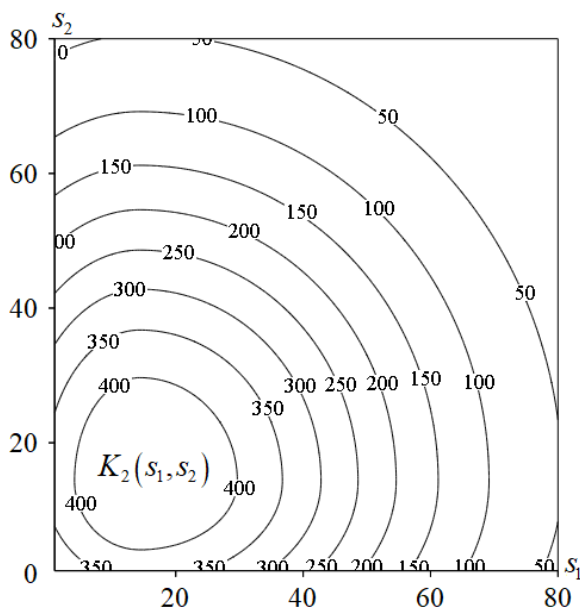


Рисунок 3.19 – Тестовое ядро  $K_2(s_1, s_2)$  (изолинии)

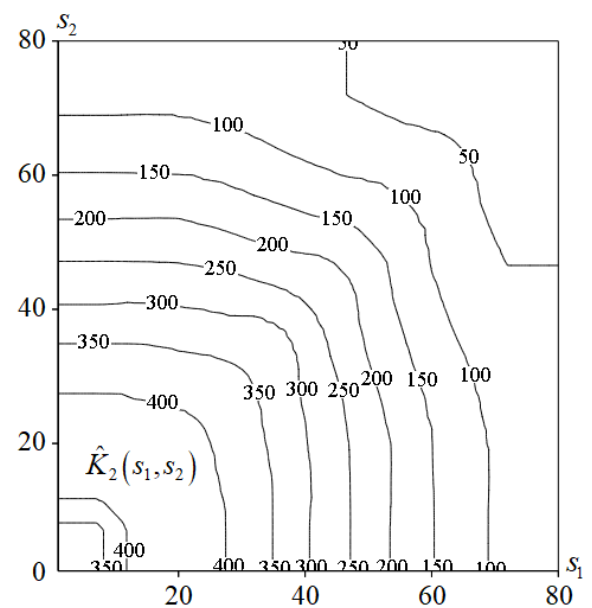


Рисунок 3.20 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  (изолинии)

Теперь рассмотрим решение задачи непараметрической идентификации переходного процесса для теплообменника при скачкообразном изменении расхода вещества  $\Delta D(t)$  на входе по зарегистрированным значениям энтальпии  $\Delta i(t)$  на выходе. Экспериментальные данные для вычислительного эксперимента, по которым будет проводиться идентификация, получены на основе использования имитационной модели (п. 1.3.1), а модель объекта типа «вход-выход» изображена на Рисунке 3.1.

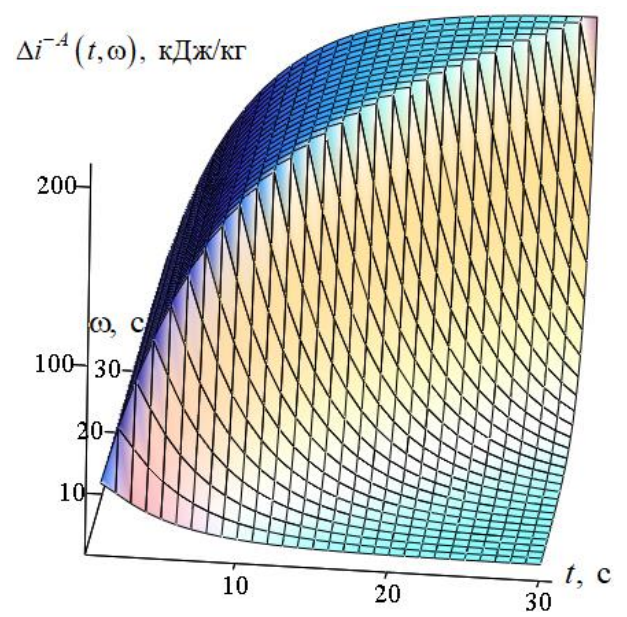
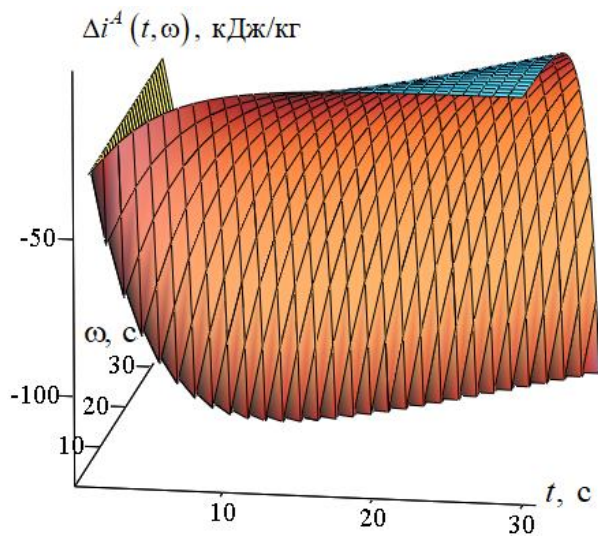
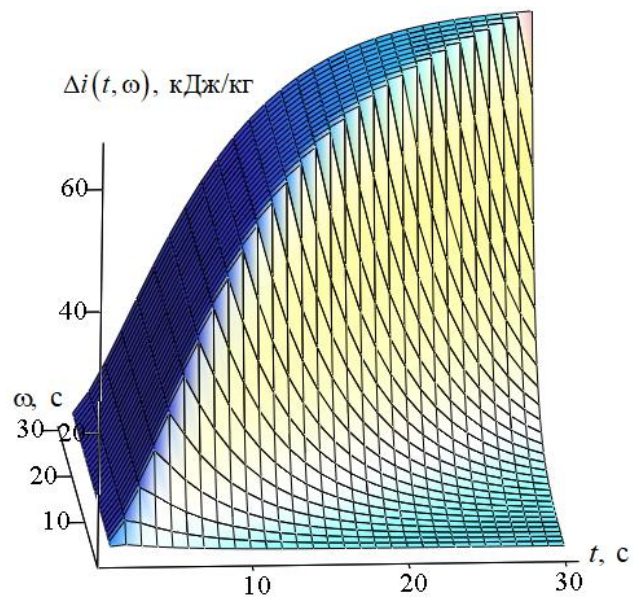
Входной и выходной сигналы теплообменника регистрируются на сетке (3.1) при  $T = 30$  с, для количества узлов измерений  $N = 30$ , с равномерным шагом  $h = 1$  с по обоим аргументам  $t, \omega$  и задаются в отклонениях от соответствующих начальных значений  $D_0, i_0$ .

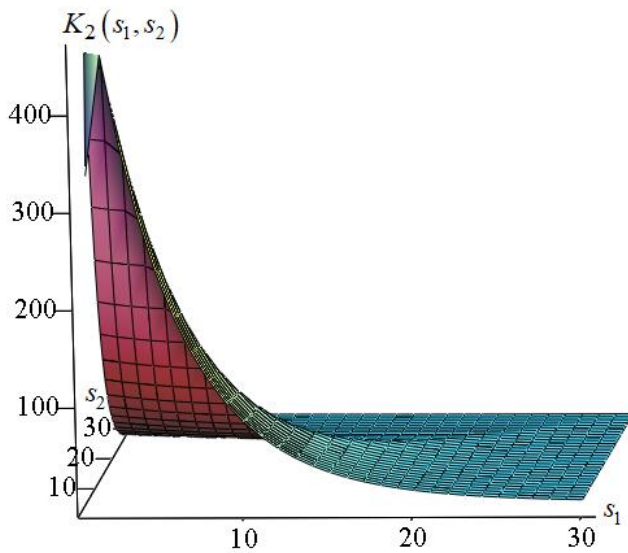
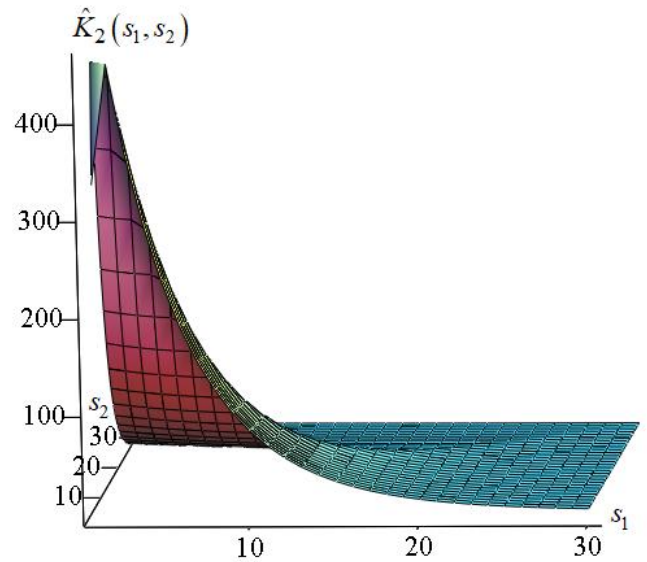
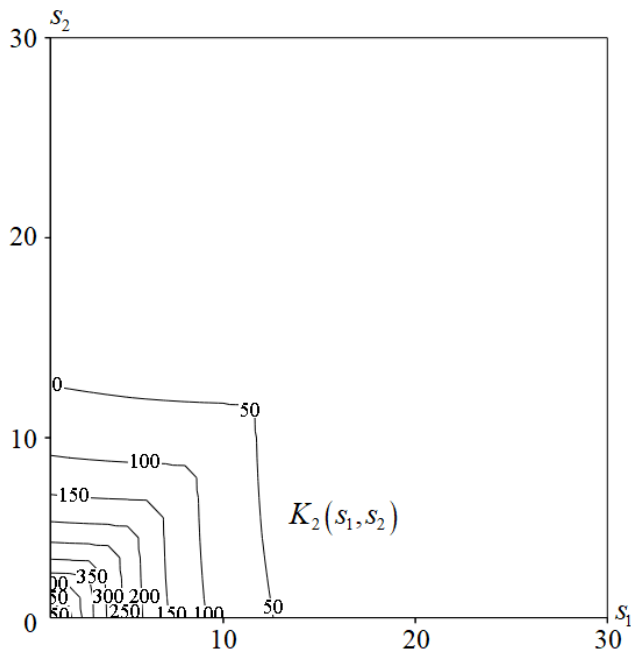
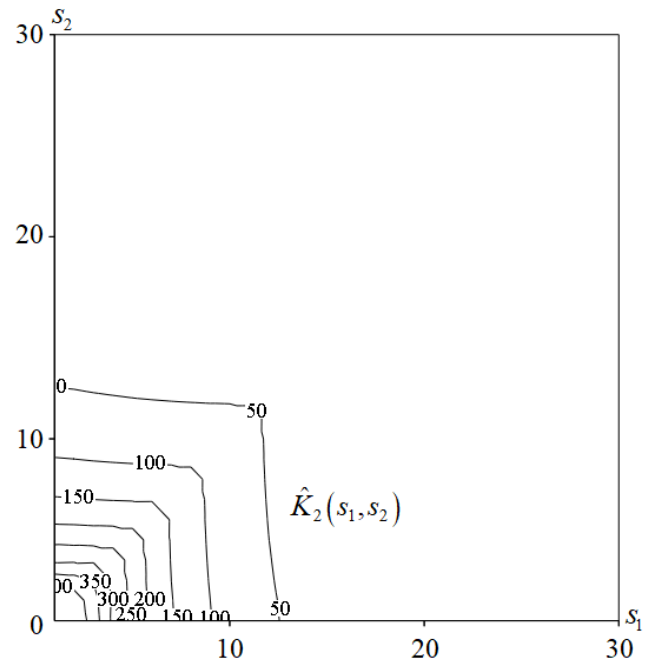
Входной сигнал  $x_\omega(t)$  представляет собой скачкообразное изменение расхода вещества  $\Delta D(t)$  на входе теплообменника и представлен в виде однопараметрического семейства тестовых возмущений  $x_\omega^A(t) = \Delta D_\omega^A(t)$ ,  $x_\omega^{-A}(t) = \Delta D_\omega^{-A}(t)$  согласно соотношениям (1.24). Скачок расхода вещества происходит на величины  $\pm A \cdot D_0 = \pm 25\% D_0 = \pm 0,04$  кг/с от начального установившегося значения  $D_0 = 0,16$  кг/с в момент времени  $t_0 = 0$  с.

Выходной сигнал  $f_2(t, \omega)$  представляет собой изменение энтальпии  $\Delta i(t, \omega)$  на выходе из теплообменника при соответствующем изменении расхода вещества на входе. В данной задаче выходной сигнал  $f_2(t)$  не выделен из отклика  $y(t)$  (1.19). Сигнал  $f_2(t, \omega)$  вычисляется по формуле (1.28) по зарегистрированным значениям откликов энтальпии  $y^A(t, \omega) = \Delta i^A(t, \omega)$ ,  $y^{-A}(t, \omega) = \Delta i^{-A}(t, \omega)$  (1.26) на соответствующие входные изменения расхода вещества. При этом энтальпии  $\Delta i^A(t, \omega)$ ,  $\Delta i^{-A}(t, \omega)$  являются экспериментально полученными характеристиками и могут допускать представление (1.31), но в данной задаче предполагаются точно заданными. Отклики  $\Delta i^A(t, \omega)$ ,  $\Delta i^{-A}(t, \omega)$  и рассчитанное по ним изменение энтальпии на выходе из теплообменника  $\Delta i(t, \omega)$  показаны на Рисунках 3.21-3.23.

Оценка квадратичного ядра  $\hat{K}_2(t, t - \omega)$  вычисляется согласно формуле (3.4). Относительная ошибка идентификации  $\delta_K$  вычисляется по формуле (3.5). На Рисунке 3.24 показано квадратичное ядро  $K_2(s_1, s_2)$ , построенное по экспериментальным данным на основе имитационной модели и принимаемое в качестве эталонного. На Рисунке 3.25 показана оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$ , вычисленная с помощью Алгоритма-3. На Рисунках 3.26, 3.27 для сравнения показаны ядро теплообменника  $K_2(s_1, s_2)$  и вычисленная оценка  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  соответственно в изолиниях. Относительная ошибка идентификации составляет  $\delta_K = 5,467 \times 10^{-3}$ .



Рисунок 3.21 – Отклик теплообменника  $\Delta i^A(t, \omega)$ Рисунок 3.22 – Отклик теплообменника  $\Delta i^{-A}(t, \omega)$ Рисунок 3.23 – Отклик теплообменника  $\Delta i(t, \omega)$

Рисунок 3.24 – Ядро теплообменника  $K_2(s_1, s_2)$ Рисунок 3.25 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$ Рисунок 3.26 – Ядро теплообменника  $K_2(s_1, s_2)$   
(изолинии)Рисунок 3.27 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$   
(изолинии)

На Рисунке 3.28 показаны сечения ядра  $K_2$  (красная сплошная кривая) и оценки  $\hat{K}_2$  (синяя точечная кривая) при фиксированном аргументе  $\omega = 1$  с. Малая величина относительной ошибки идентификации свидетельствует о высокой точности идентификации ядра  $K_2$  теплообменника предложенным Алгоритмом-3.

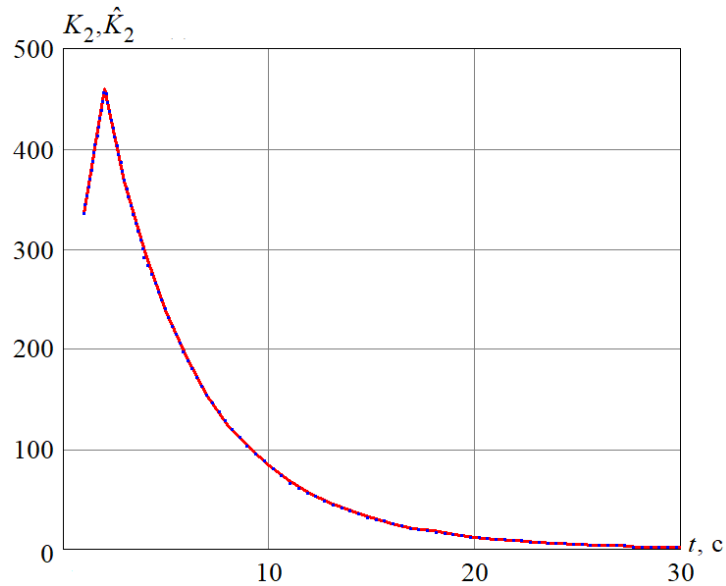


Рисунок 3.28 – Ядро теплообменника  $K_2$  (красная сплошная кривая) и оценка ядра  $\hat{K}_2$  (синяя точечная кривая) при фиксированном  $\omega = 1$  с

Проверка адекватности построенной математической модели и исследование эффективности разработанного Алгоритма-3 идентификации выполняется при решении прямой задачи нахождения оценки изменения энтальпии  $\hat{\Delta}i(t, \omega)$  (показана на Рисунке 3.29) на выходе из теплообменника на основе найденной оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  путём её сравнения с изменением энтальпии  $\Delta i(t, \omega)$ , вычисленным согласно формуле (1.28) и принимаемым в качестве эталонного. На Рисунках 3.30, 3.31 для сравнения показаны изменение энтальпии  $\Delta i(t, \omega)$  и оценка  $\hat{\Delta}i(t, \omega)$  соответственно в изолиниях.

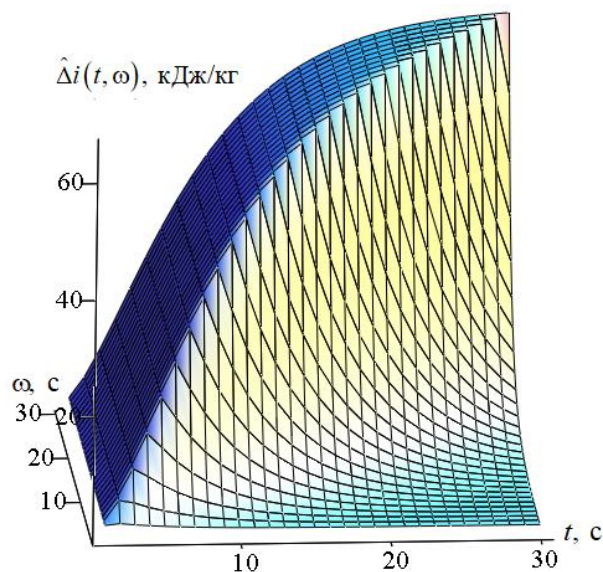


Рисунок 3.29 – Оценка отклика теплообменника  $\hat{\Delta}i(t, \omega)$

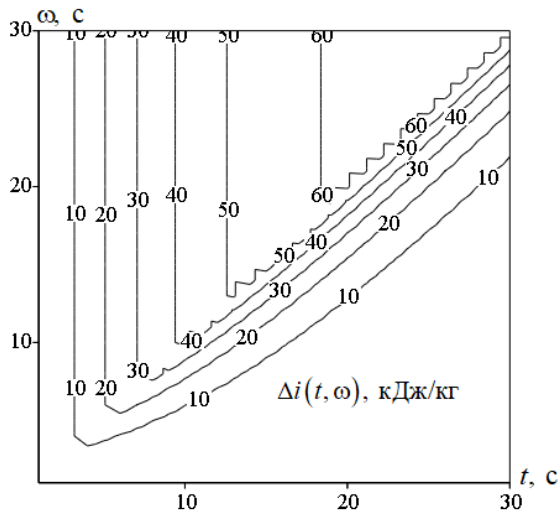


Рисунок 3.30 – Отклик теплообменника  $\Delta i(t, \omega)$  (изолинии)

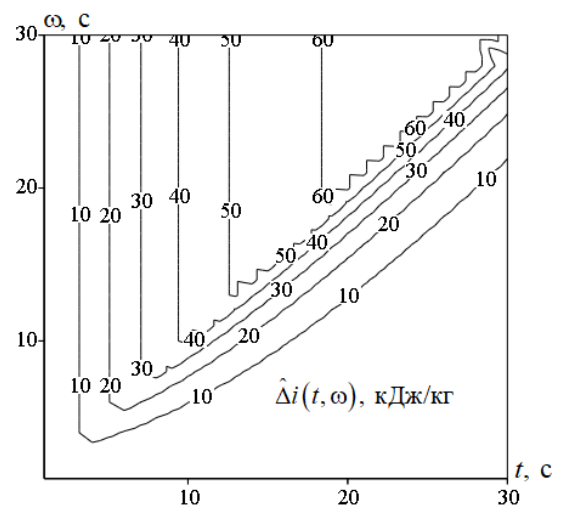


Рисунок 3.31 – Оценка отклика теплообменника  $\hat{\Delta i}(t, \omega)$  (изолинии)

Невязка решения прямой задачи вычисляется через нормы соответствующих матриц на основе формулы (2.43):

$$E = \frac{\|\hat{\Delta i} - \Delta i\|}{\|\Delta i\|}, \quad (3.6)$$

принимает значение  $E = 3,042 \times 10^{-3}$ . На Рисунке 3.32 показано сечение отклика  $\Delta i(t, \omega)$  (красная сплошная кривая) и оценки отклика  $\hat{\Delta i}(t, \omega)$  (синяя точечная кривая) при фиксированном аргументе  $\omega = 30$  с.

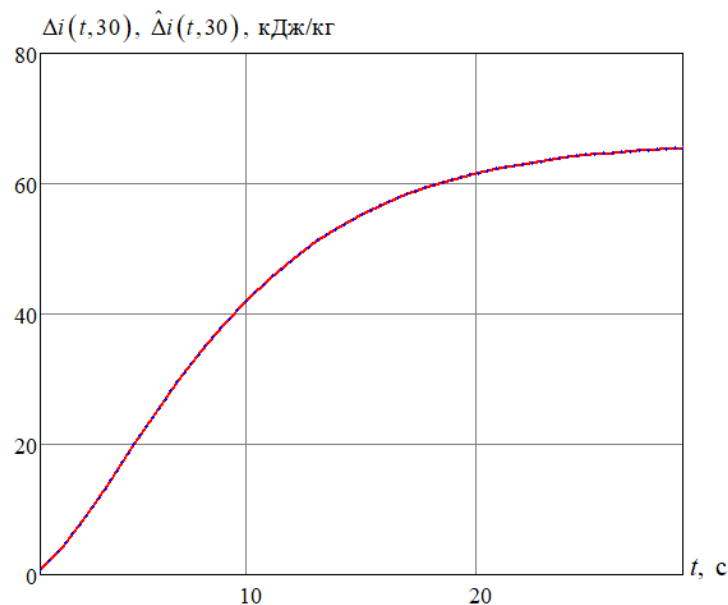


Рисунок 3.32 – Отклик теплообменника  $\Delta i(t)$  (красная сплошная кривая) и оценка отклика  $\hat{\Delta i}(t)$  (синяя точечная кривая) при фиксированном  $\omega = 30$  с

Невязка решения прямой задачи и величина относительной ошибки идентификации для данной практической задачи сопоставимы с ошибкой, полученной на этапе верификации используемой интегральной модели (1.22) на типовых тестовых сигналах, и принимают значения порядка  $10^{-3}$ . Это свидетельствует об адекватности выбранной математической модели для теплообменника, о высокой точности найденной оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$ , а также о достоверности идентификации нелинейной динамики теплообменника с помощью разработанного Алгоритма-3.

### 3.6. Результаты вычислительного эксперимента по идентификации динамики конденсатора типа 80-КЦС-1

Рассмотрим решение задачи непараметрической идентификации переходного процесса для конденсатора типа 80-КЦС-1 на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт при скачкообразном изменении расхода воды  $\Delta D(t)$  на входе по зарегистрированным значениям давления  $\Delta p(t)$  на выходе. Исходные данные для вычислительного эксперимента, по которым будет проводиться идентификация, получены на основе использования имитационной модели (п. 1.3.2), а модель объекта типа «вход-выход» изображена на Рисунке 3.2.

Входной и выходной сигналы конденсатора регистрируются на сетке (3.1) при  $T = 120$  с, для количества узлов измерений  $N = 15$ , с равномерным шагом  $h = 8$  с по обоим аргументам  $t, \omega$  и задаются в отклонениях от соответствующих начальных значений  $D_0, p_0$ .

Входной сигнал  $x_\omega(t)$  представляет собой скачкообразное изменение расхода воды  $\Delta D(t)$  на входе конденсатора и представлен в виде однопараметрического семейства тестовых возмущений  $x_\omega^A(t) = \Delta D_\omega^A(t)$ ,  $x_\omega^{-A}(t) = \Delta D_\omega^{-A}(t)$  согласно соотношениям (1.24). Скачок расхода воды происходит на величины  $\pm A \cdot D_0 = \pm 30\% D_0 = \pm 3468,7$  кг/с от начального установившегося значения  $D_0 = 11562,2$  кг/с в момент времени  $t_0 = 0$  с.

Выходной сигнал  $f_2(t, \omega)$  представляет собой изменение давления  $\Delta p(t, \omega)$  на выходе из конденсатора при соответствующем изменении расхода воды на входе. В данной задаче выходной сигнал  $f_2(t)$  не выделен из отклика  $y(t)$  (1.19). Сигнал  $f_2(t, \omega)$  вычисляется по формуле (1.28) по зарегистрированным значениям откликов давления  $y^A(t, \omega) = \Delta p^A(t, \omega)$ ,  $y^{-A}(t, \omega) = \Delta p^{-A}(t, \omega)$  (1.26) на соответствующие входные изменения расхода воды. При этом давления  $\Delta p^A(t, \omega)$ ,  $\Delta p^{-A}(t, \omega)$  являются экспериментально полученными характеристиками

и могут допускать представление (1.31), но в данной задаче предполагаются точно заданными. Отклики  $\Delta p^A(t)$ ,  $\Delta p^{-A}(t)$  при фиксированном  $\omega = 120$  с показаны на Рисунках 3.33, 3.34. На Рисунках 3.35-37 показаны отклики  $\Delta p^A(t, \omega)$ ,  $\Delta p^{-A}(t, \omega)$  и рассчитанное на их основе изменение давления на выходе из конденсатора  $\Delta p(t, \omega)$ .

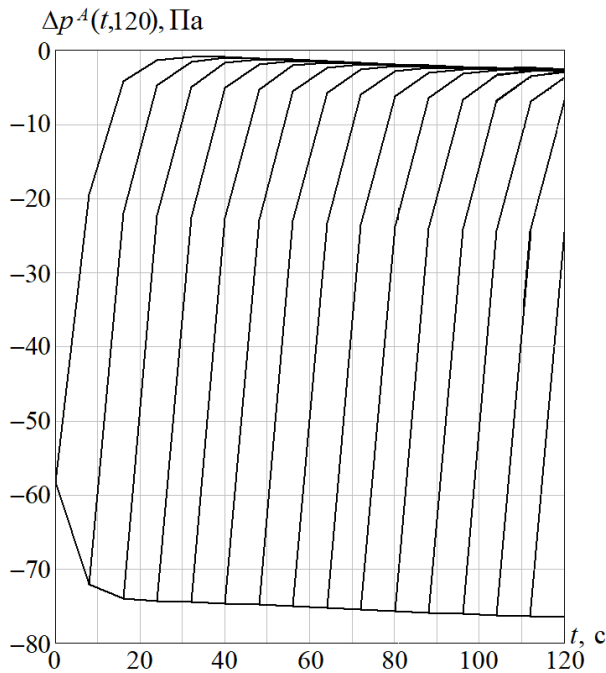


Рисунок 3.33 – Отклик конденсатора  $\Delta p^A(t)$  (при фиксированном  $\omega = 120$  с)

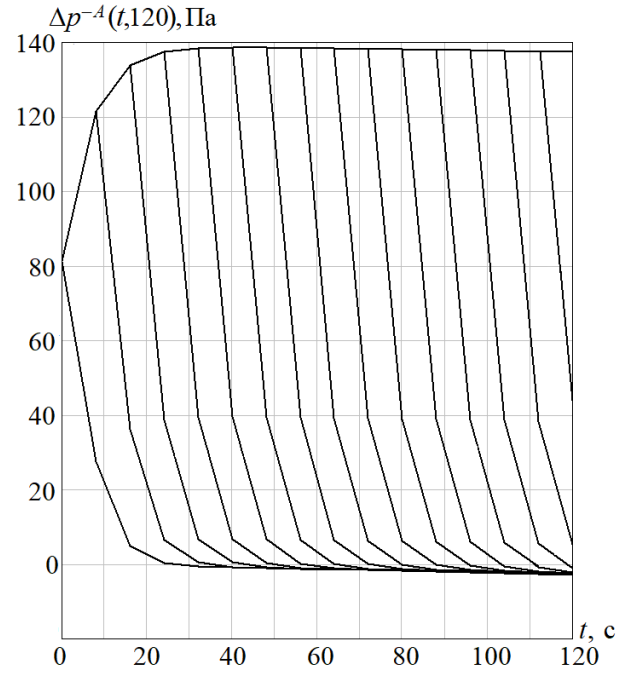


Рисунок 3.34 – Отклик конденсатора  $\Delta p^{-A}(t)$  (при фиксированном  $\omega = 120$  с)

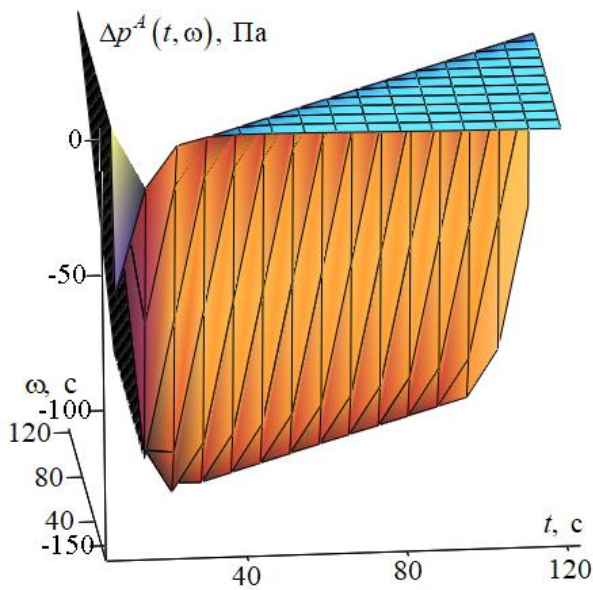


Рисунок 3.35 – Отклик конденсатора  $\Delta p^A(t)$

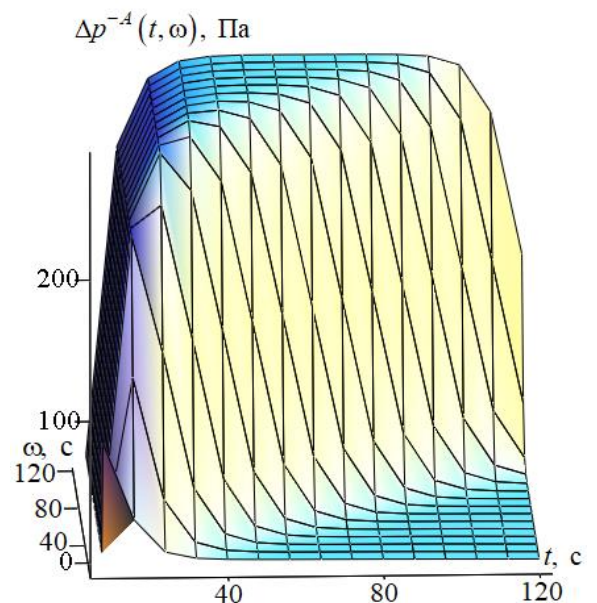
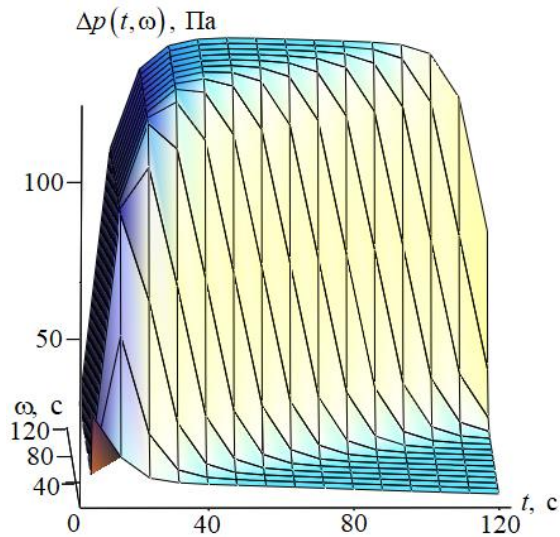
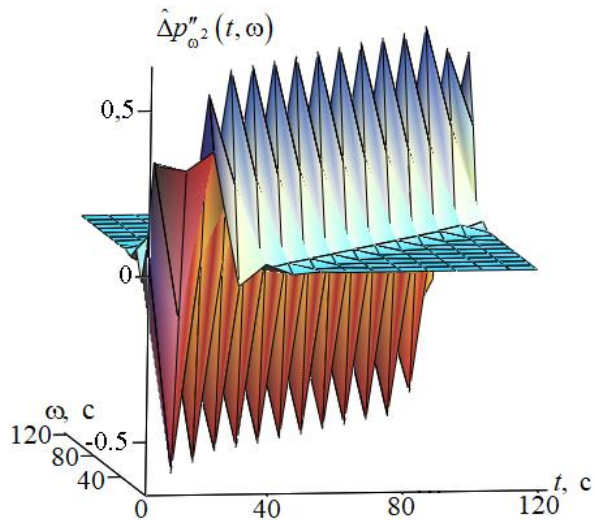
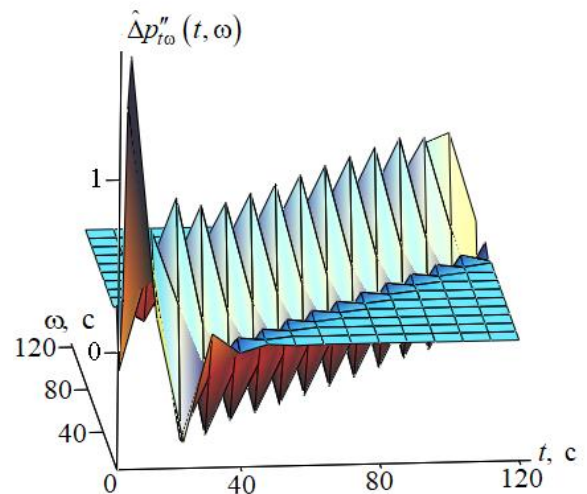


Рисунок 3.36 – Отклик конденсатора  $\Delta p^{-A}(t)$

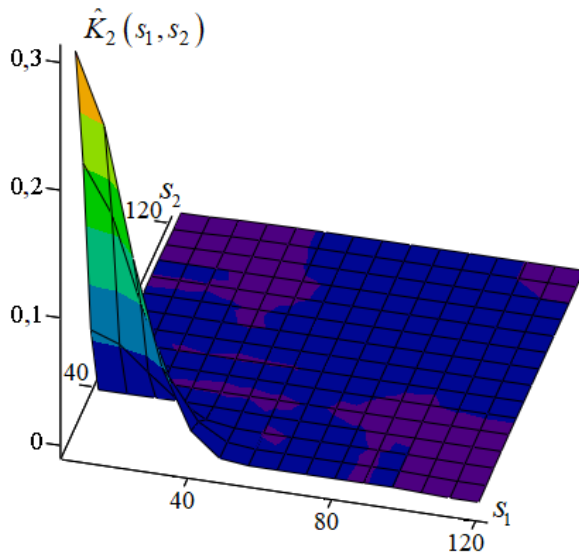
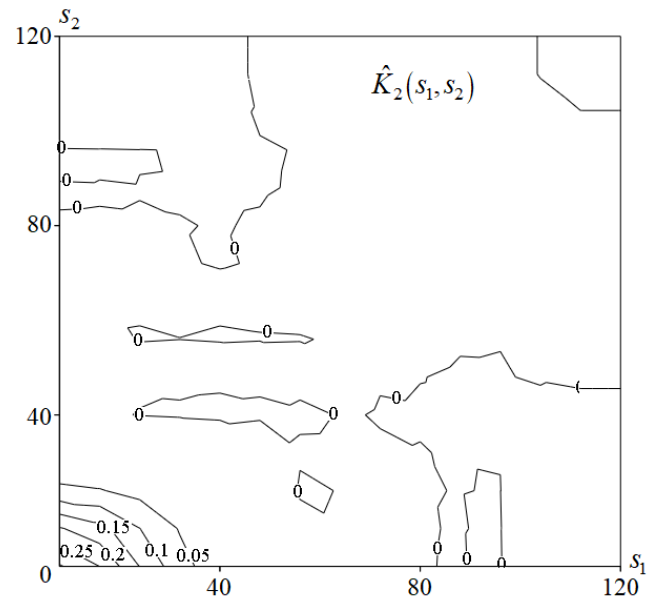


Рисунок 3.37 – Отклик конденсатора  $\Delta p(t, \omega)$ 

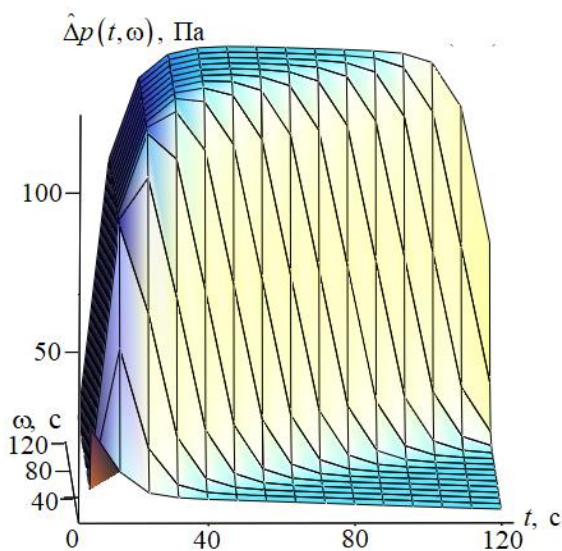
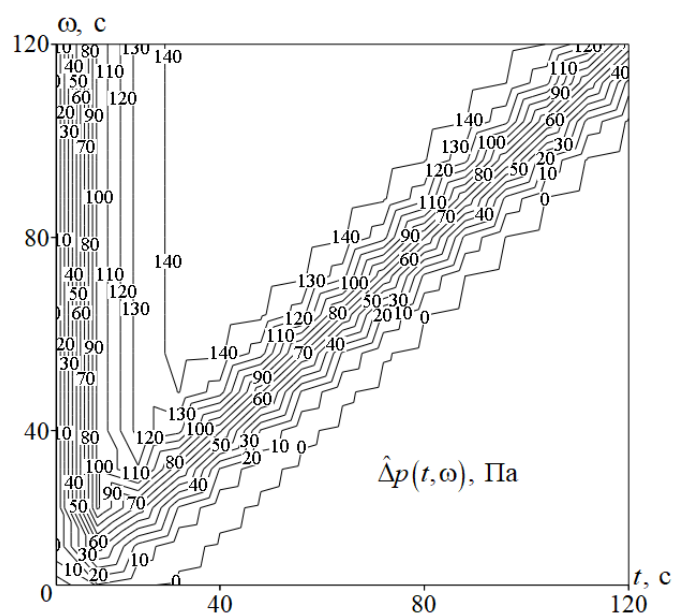
Оценки производных  $\hat{\Delta p}_{\omega^2}''(t, \omega)$ ,  $\hat{\Delta p}_{t\omega}''(t, \omega)$  двумерного выходного сигнала  $\Delta p(t, \omega)$  вычисляются через СБС с комбинированными КУ вида (2.16) и представлены на Рисунках 3.38, 3.39 соответственно.

Рисунок 3.38 – Оценка частной производной второго порядка  $\hat{\Delta p}_{\omega^2}''(t, \omega)$ Рисунок 3.39 – Оценка смешанной производной второго порядка  $\hat{\Delta p}_{t\omega}''(t, \omega)$ 

Оценка симметричного квадратичного ядра  $\hat{K}_2(t, t - \omega)$  вычисляется согласно формуле (3.4). Относительная ошибка идентификации  $\delta_K$  вычисляется по формуле (3.5). На Рисунке 3.40 показана оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$ , вычисленная с помощью Алгоритма-3. На поверхности найденной оценки  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  наблюдаются небольшие осцилляции, однако, при построении изолиний на Рисунке 3.41 видно, что осцилляции несущественны по величине.

Рисунок 3.40 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$ Рисунок 3.41 – Оценка ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  (изолинии)

Проверка адекватности построенной математической модели и эффективности разработанного Алгоритма-3 идентификации выполняется при решении прямой задачи: нахождении оценки изменения давления  $\hat{\Delta p}(t, \omega)$  (показана на Рисунке 3.42) на выходе из конденсатора на основе найденной оценки ядра  $\hat{K}_2(s_1, s_2)$  путём её сравнения с изменением давления  $\Delta p(t, \omega)$ , вычисленным согласно формуле (1.28) и принимаемым в качестве эталонного. На Рисунке 3.43 показана оценка  $\hat{\Delta p}(t, \omega)$  в изолиниях. Невязка решения прямой задачи вычисляется на основе формулы (3.6) и принимает значение  $E = 8,906 \times 10^{-2}$ .

Рисунок 3.42 – Оценка отклика конденсатора  $\hat{\Delta p}(t, \omega)$ Рисунок 3.43 – Оценка отклика конденсатора  $\hat{\Delta p}(t, \omega)$  (изолинии)



На Рисунке 3.44 показано сечение отклика  $\Delta p(t, \omega)$  (красная сплошная кривая) и оценки отклика  $\hat{\Delta p}(t, \omega)$  (синяя точечная кривая) при фиксированном аргументе  $\omega = 120$  с.

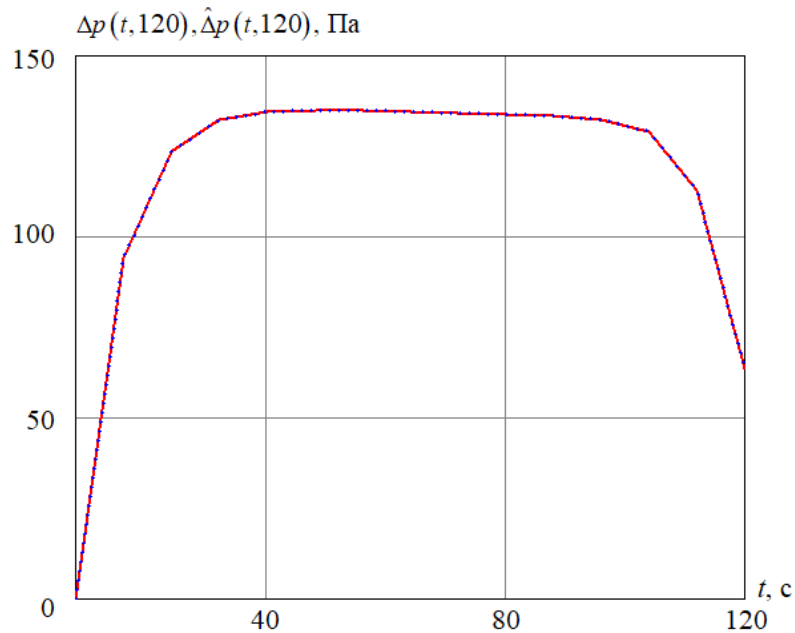


Рисунок 3.44 – Отклик конденсатора  $\Delta p(t)$  (красная сплошная кривая) и оценка отклика  $\hat{\Delta p}(t)$  (синяя точечная кривая) при фиксированном  $\omega = 120$  с

На основании вычисленного значения невязки откликов  $\Delta p(t, \omega)$ ,  $\hat{\Delta p}(t, \omega)$  можно заключить, что выбранная математическая модель для конденсатора адекватна реальному объекту, а идентификация нелинейной динамики теплообменника с помощью разработанного Алгоритма-3 эффективна. Необходимо отметить, что найденная оценка ядра  $\hat{K}_2$  характеризуется высокой точностью и имеет вид, типичный для рассматриваемого теплоэнергетического объекта.

### 3.7. Выводы

Глава посвящена разработке и тестированию эффективного вычислительного алгоритма непараметрической идентификации нелинейных динамических объектов, способного учитывать специфические особенности практических задач. Разработан Алгоритм-3 идентификации ядра  $K_2$  квадратичного полинома Вольтерра.

В предлагаемом алгоритме одним из наиболее важных моментов является устойчивое вычисление производных второго порядка от зашумлённых экспериментальных исходных данных. Разработаны алгоритмы построения сглаживающего бикубического сплайна для

вычисления производных второго порядка при комбинированных краевых условиях, с выбором параметров сглаживания сплайнов по каждой переменной.

Для управления величиной среднеквадратической ошибки сглаживания зашумлённых данных введены в рассмотрение скалярный и векторный параметры сглаживания. Предложены модифицированные методики оценивания параметров сглаживания: при заданной дисперсии шума измерений в исходных данных задачи – на основе статистического критерия оптимальности; при неизвестной дисперсии шума измерений – на основе метода L-кривой. Исследована точность построения сглаживающего бикубического сплайна при скалярном и векторном параметрах сглаживания на основе значений коэффициентов эффективности и приведён статистический анализ соответствующих численных экспериментов. Показано, что построение сплайна при векторном параметре сглаживания способствует снижению относительной ошибки вторичного сглаживания до 50%. Показано, что использование этапа постобработки найденного решения локально-пространственным двумерным комбинированным фильтром способствует уменьшению случайной составляющей ошибки идентификации в среднем в 1,5-2,5 раза.

В качестве приложения приведено решение практических задач идентификации переходных характеристик элементов теплообменных систем – теплообменника и конденсатора на участке пароводяного тракта энергоблока Назаровской ГРЭС – с помощью разработанного Алгоритма-3 на основе данных имитационных моделей исследуемых объектов.

При верификации интегральной модели (1.22) на тестовых сигналах из семейств, использующихся для идентификации, методическая ошибка Алгоритма-3 принимала значения, близкие к нулю. Рассмотрено влияние погрешности измерений в зашумлённом двумерном выходном сигнале на точность идентификации. Малые величины относительных ошибок идентификации свидетельствуют о высокой точности идентификации переходных характеристик теплоэнергетических объектов предложенным Алгоритмом-3, который способен в полной мере учитывать специфику практических задач. Адекватность построенных математических моделей и разработанных вычислительных методов доказывается при решении прямых задач: вычисления оценки откликов объектов на входные воздействия на основе найденных оценок ядер  $\hat{K}_2$  и сравнения полученных откликов объектов с эталонными характеристиками имитационных моделей, рассматриваемых в п. 1.3.1, 1.3.2.

## Глава 4. Программное обеспечение для решения задач идентификации

Данная глава посвящена описанию авторских пакетов прикладных программ для компьютерного моделирования динамических объектов и проведения вычислительных экспериментов.

П. 4.1 содержит краткую характеристику разработанного программного обеспечения: пакетов модулей библиотечного типа, тестовых программ и прикладных программно-вычислительных комплексов для решения задач идентификации. Обозначаются цели и назначение пакетов прикладных программ, кратко обсуждается состав компонентов разработанного программного обеспечения и их функциональные возможности.

В п. 4.2 рассматриваются пакеты модулей библиотечного типа, которые программно реализуют основные вычислительные методы, используемые для построения алгоритмов идентификации: одномерные и двумерные алгоритмы локально-пространственной фильтрации, построение сглаживающего кубического сплайна и устойчивое вычисление производной первого порядка, построение сглаживающего бикубического сплайна и устойчивое вычисление производных второго порядка, алгоритмы выбора оптимального параметра сглаживания на основе статистического критерия оптимальности и метода L-кривой. Описываются функциональные возможности, состав, входные параметры и работа каждого пакета модулей.

В п. 4.3 рассматривается программно-вычислительный комплекс для решения практических задач идентификации линейных динамических объектов, реализующий работу Алгоритмов-1, -2. Обсуждается применение программно-вычислительного комплекса для решения задач идентификации и моделирования переходных процессов теплообмена элементов системы обеспечения микроклимата.

В п. 4.4 рассматривается программно-вычислительный комплекс для решения практических задач идентификации нелинейных динамических объектов, реализующий работу Алгоритма-3. Обсуждается применение программно-вычислительного комплекса для решения задач идентификации и моделирования динамики элементов теплообменных систем.

Программная реализация разработанных программно-вычислительных комплексов допускает модификацию исходных данных задачи и выбор способов учёта специфических особенностей экспериментального сигнала.

Представленные в гл. 1-3 диссертационной работы результаты получены с помощью разработанного программного обеспечения.

В п. 4.5 перечислены выводы по результатам четвёртой главы.

#### 4.1. Характеристика программного обеспечения

В рамках диссертационного исследования разработано программное обеспечение с целями:

- построения интегральных моделей исследуемых линейных и нелинейных динамических объектов;
- математического моделирования и проведения вычислительных экспериментов;
- тестирования методов и алгоритмов проверки адекватности математических моделей объектов на основе данных натурного эксперимента;
- программной реализации и тестирования разработанных вычислительных методов и алгоритмов идентификации;
- решения конкретных практических задач непараметрической идентификации теплоэнергетических объектов.

Программное обеспечение разработано в математическом пакете Mathcad 15 M050 и совместимо со всеми версиями пакетов Mathcad 14, Mathcad 15. Программное обеспечение включает в себя пакеты модулей библиотечного типа, тестовые программы (ТП) и прикладные ПВК для решения практических задач идентификации.

Пакеты модулей библиотечного типа осуществляют программную реализацию разработанных эффективных вычислительных методов и алгоритмов и включают:

- «Пакет модулей локально-пространственной фильтрации для функций одной и двух переменных» [56], реализующий работу алгоритмов ЛПФ, в частности, одномерного КФ, который используется на этапе предобработки зашумлённых данных Алгоритмов-1, -2, и двумерного КФ, который используется на этапах предобработки зашумлённых данных и постобработки найденных решений Алгоритма-3;
- «Пакет модулей построения сглаживающего кубического сплайна для функции одной переменной» [58], реализующий устойчивое вычисление производных первого порядка от экспериментальных зашумлённых сигналов аппаратом СКС при соответствующем выборе КУ и параметра сглаживания;
- «Пакет модулей построения сглаживающего бикубического сплайна для функции двух переменных» [57], реализующий устойчивое вычисление производных второго порядка от экспериментальных зашумлённых сигналов алгоритмами СБС при соответствующем выборе КУ и параметров сглаживания.

Пакеты модулей библиотечного типа формируются из головных модулей (ГМ) и базовых модулей (БМ), сформированных в виде библиотек функций и расположенных в отдельных документах Mathcad 15. ГМ содержат непосредственную реализацию эффективных

вычислительных методов и алгоритмов в виде подпрограмм-функций и могут обращаться к БМ. БМ содержат промежуточные и вспомогательные вычисления в виде подпрограмм-функций и могут обращаться к ГМ. Все подпрограммы-функции реализованы с помощью встроенных средств и операторов программирования пакета Mathcad 15. Перечень и назначение ГМ и БМ представленных пакетов модулей библиотечного типа приводится в Таблице 4.1.

Разработанные пакеты модулей библиотечного типа универсальны и могут использоваться для решения соответствующих задач для систем и объектов теплоэнергетики.

Таблица 4.1 – Перечень и назначения ГМ и БМ в разработанных пакетах модулей библиотечного типа

Название и тип модуля	Функциональные возможности, назначение модуля
«Пакет модулей локально-пространственной фильтрации для функций одной и двух переменных»	
ГМ-1 «Модули нелинейной 1D ЛПФ»	Фильтрация зашумлённой функции одной переменной алгоритмами ЛПФ.
ГМ-2 «Модули нелинейной 2D ЛПФ»	Фильтрация зашумлённой функции двух переменных алгоритмами ЛПФ.
«Пакет модулей построения сглаживающего кубического сплайна для функции одной переменной»	
ГМ-3 «Вычисление сплайна и его производной при заданном параметре сглаживания»	Вычисление значений СКС и его производной в массивах узлов $x, y$ при заданном параметре сглаживания $\alpha$ с выбором КУ: <ul style="list-style-type: none"> <li>• I рода;</li> <li>• естественных;</li> <li>• комбинированных вида (2.15);</li> <li>• комбинированных вида (2.16).</li> </ul> При задании значения $\alpha = 0$ выполняется построение интерполяционного сплайна. Обращается к БМ-1.
ГМ-4 «Вычисление параметра сглаживания»	Вычисление параметра сглаживания $\alpha$ СКС при различных КУ на основе статистического критерия оптимальности и метода L-кривой. Обращается к ГМ-3, БМ-1.
БМ-1 «Вычисление коэффициентов сплайна при заданном параметре сглаживания»	Формирование матриц коэффициентов СКС при заданном параметре сглаживания $\alpha$ для различных КУ. Формирование коэффициентов СКС $a_i, b_i, c_i, d_i$ для различных КУ.
ГМ-5 «Вычисление D2 сплайна и частных производных при заданных параметрах сглаживания»	Вычисление производных СБС первого порядка в массивах узлов $x, y$ при заданных параметрах сглаживания с выбором КУ: <ul style="list-style-type: none"> <li>• I рода;</li> <li>• естественных;</li> <li>• комбинированных вида (2.15);</li> <li>• комбинированных вида (2.16).</li> </ul> При задании значения $\alpha = 0$ выполняется построение интерполяционного сплайна. Обращается к ГМ-3, ГМ-4, БМ-1.

Продолжение Таблицы 4.1

Название и тип модуля	Функциональные возможности, назначение модуля
«Пакет модулей построения сглаживающего бикубического сплайна для функции двух переменных»	
БМ-2 «Модуль интегрирования дискретных 2D функций»	Вычисление интеграла функции двух переменных с использованием аппарата СКС при различных КУ. Обращается к ГМ-3, БМ-1.

ТП осуществляют тестирование разработанных вычислительных методов и алгоритмов, реализованных в виде пакетов модулей библиотечного типа, в процессе решения модельных задач путём обращения к соответствующим ГМ и БМ. Некоторые ТП прилагаются в качестве иллюстративного материала к пакетам модулей библиотечного типа. ТП являются отдельными документами Mathcad 15 с интуитивно понятным пользовательским интерфейсом и включают в себя: блок задания исходных данных и значений глобальных переменных; блок моделирования характеристик и сигналов динамических объектов; блок решения поставленной задачи; блок визуализации с отображением результатов моделирования, промежуточных результатов и решения задачи в графическом виде; блок вывода промежуточных и конечных результатов в численном виде (расчёт значений относительных ошибок идентификации, фильтрации, сглаживания и т.д.). Обобщённая структурная схема типовой ТП представлена на Рисунке 4.1.

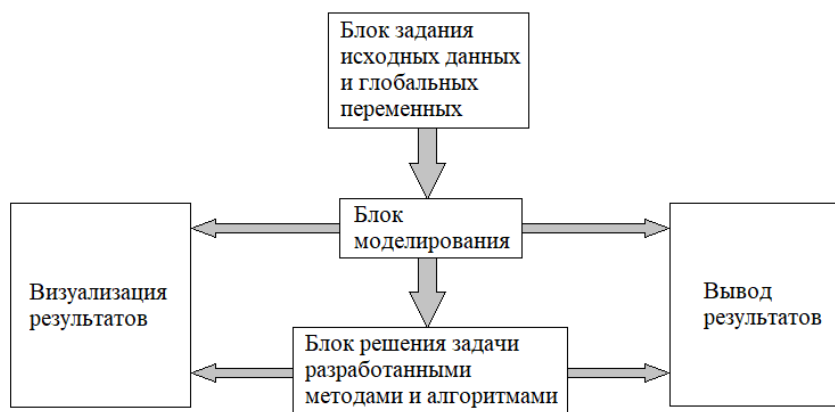


Рисунок 4.1 – Структура ТП

Прикладные ПВК осуществляют: построение интегральных моделей исследуемых объектов; математическое моделирование и проведение вычислительных экспериментов; программную реализацию разработанных Алгоритмов-1, -2, -3 идентификации; тестирование методов и алгоритмов проверки адекватности математических моделей объектов на основе

данных натурального эксперимента или имитационного моделирования; решение практических задач непараметрической идентификации теплоэнергетических объектов.

Разработаны ПВК:

- «Идентификация динамики линейных объектов», реализующий Алгоритмы-1, -2 непараметрической идентификации переходных характеристик линейных динамических объектов. Частный случай решения практической задачи непараметрической идентификации переходных процессов теплообмена в СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» средствами данного ПВК представлен в виде прикладного пакета «Идентификация переходных процессов теплообмена в системе обеспечения микроклимата» [24];

- «Идентификация динамики нелинейных объектов», реализующий Алгоритм-3 идентификации переходных характеристик нелинейных динамических объектов.

Прикладные ПВК включают в себя:

- ГМ и БМ, сформированные в виде библиотек функций и расположенные в отдельных документах Mathcad 15;

- вычислительный эксперимент, выполняемый в отдельном документе Mathcad 15 с пользовательским интерфейсом, который обращается к соответствующим ГМ и БМ и включает: блок формирования исходных данных, в который входит задание значений глобальных переменных и считывание информации из внешних файлов данных, сформированных на основе результатов натуральных экспериментов или имитационного моделирования; блок построения интегральных моделей исследуемых объектов; блок идентификации; блок сравнения результатов и проверки адекватности построенных моделей; блок визуализации с отображением результатов моделирования, промежуточных результатов и решения задачи в графическом виде; блок вывода промежуточных и конечных результатов в численном виде. Обобщённая структурная схема ПВК представлена на Рисунке 4.2.

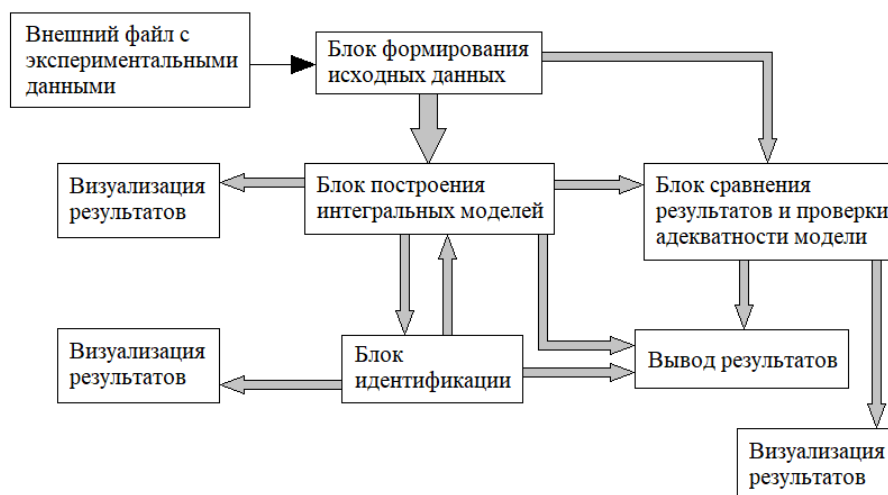


Рисунок 4.2 – Структура ПВК

Разработанное программное обеспечение универсально и может применяться при решении модельных и практических задач фильтрации и дифференцирования зашумлённых экспериментальных данных, при проведении вычислительных экспериментов, при решении задач непараметрической идентификации теплоэнергетических объектов, при моделировании динамики линейных и нелинейных теплоэнергетических объектов. Все результаты диссертационной работы, представленные в гл. 1-3, получены с помощью прикладных пакетов модулей библиотечного типа, ТП и ПВК. Программное обеспечение зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ, свидетельства [24; 56–58] представлены в Приложении Г. «Пакет модулей построения сглаживающего кубического сплайна для функции одной переменной» [58] используется в отделе измерений времени и частоты «ВНИИФТРИ» при выполнении НИР «ГЕОТЕХ-КВАНТ-Синхронизация» в задаче хронометрического нивелирования для обработки результатов частотно-временных измерений, имеющих высокий уровень шумов; в лаборатории № 3 «ИПФ» при выполнении прикладных научных исследований в рамках выполнения инициативной НИР «Снайпер-М» в части математического и программного обеспечения решения задачи устойчивого вычисления первой и второй производных по зашумлённым экспериментальным данным. Акты внедрения пакета представлены в Приложении А.

#### **4.2. Программная реализация численных методов и алгоритмов**

В параграфе рассматриваются функциональные возможности, описание и назначение пакетов модулей библиотечного типа, реализующих основные вычислительные методы, используемые для построения алгоритмов идентификации. Приводится описание модулей, реализованных в виде подпрограмм-функций, и их входные параметры. Описывается тестирование прикладных пакетов модулей.

##### **4.2.1. Пакет модулей локально-пространственной фильтрации для функций одной и двух переменных**

**«Пакет модулей локально-пространственной фильтрации для функций одной и двух переменных»** [56] библиотечного типа универсален и предназначается для решения следующих задач:

- фильтрация функций одной и двух переменных, содержащих шумы измерений, с помощью нелинейных локально-пространственных алгоритмов фильтрации;



- реализация пространственного фильтра, преобразовывающего исходную функцию по поиску среднего значения – ФСС;
- реализация пространственного фильтра, преобразовывающего исходную функцию по поиску среднего значения из некоторого интервала – ИФ;
- реализация пространственного фильтра, преобразовывающего исходную функцию по поиску медианы – МФ;
- реализация пространственного фильтра смешанного типа – КФ;
- вычисление относительной ошибки фильтрации.

Пакет модулей содержит ГМ-1 «Модули нелинейной 1D ЛПФ», ГМ-2 «Модули нелинейной 2D ЛПФ», ТП-1 «Визуализация 1D ЛПФ», ТП-2 «Визуализация 2D ЛПФ». Исходный код пакета модулей зарегистрирован в Реестре программ для ЭВМ 29.11.2021 г., свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021669414 [56] (Приложение Г).

Описание входных параметров модулей ГМ-1, ГМ-2 представлено в Таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Входные параметры модулей  
«Пакета модулей ЛПФ для функций одной и двух переменных»

Имя и формат входного параметра	Назначение
$f$ , вектор вещественных чисел	Вектор, содержащий значения $\tilde{f}_i$ некоторой зашумлённой функции $\tilde{f}(t_i)$ в узлах (2.1) $t_i = i \cdot h$ , где $h$ – шаг измерений, $i = 1 \dots N$ , $N$ – количество узлов измерений.
$F$ , матрица вещественных чисел	Матрица, содержащая значения $\tilde{F}_{i,j}$ некоторой зашумлённой функции двух переменных $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ в узлах сетки (3.1) $t_i = i \cdot h$ , $\omega_j = j \cdot h$ , где $i = 1 \dots N$ , $j = 1 \dots M$ , $N$ , $M$ – количество узлов измерений по соответствующим переменным $t$ , $\omega$ .
$I$ , вектор целых чисел	Вектор, содержащий значения узлов измерений $i = 1 \dots N$ , причём значение $N$ рассчитывается с помощью встроенных функций Mathcad $length(f)$ (подсчёт количества элементов вектора $\tilde{f}$ ), $rows(F)$ (подсчёт количества строк матрицы $\tilde{F}$ ).
$J$ , вектор целых чисел	Вектор, содержащий значения узлов измерений $j = 1 \dots M$ , причём значение $M$ рассчитывается с помощью встроенной функции Mathcad $cols(F)$ (подсчёт количества столбцов матрицы $\tilde{F}$ ).
$L, K$ , вещественные числа	Размеры апертур одномерных фильтров ФСС, ИФ, МФ, КФ, задаваемые исходя из статистического критерия оптимальности.
$\Delta$ , вещественное число	Значение параметра $\Delta_f$ , определяемое согласно правилу «двух сигм»: $\Delta_f = 2\sigma_f$ .
$L1, L2, K1, K2$ , вещественные числа	Размеры апертур двумерных фильтров ФСС, ИФ, МФ, КФ, задаваемые исходя из статистического критерия оптимальности.

**ГМ-1 «Модули нелинейной 1D ЛПФ»** представлен файлом «Модули 1D ЛПФ.xmcd» размера 111 КБ. Он включает следующие модули:

- $D1\_form\_aperture(I, L, f)$  – модуль формирования апертуры одномерного пространственного фильтра. Результат работы модуля: размер апертуры пространственного фильтра  $L$ ;
- $D1\_filter\_AM(f, L)$  – модуль фильтрации зашумлённой функции одной переменной одномерным ФСС. Результат работы модуля: вектор  $\hat{f}$ , содержащий отфильтрованные значения  $\hat{f}_i$  зашумлённой функции  $\tilde{f}(t_i)$ ;
- $D1\_filter\_intAM(f, L, \Delta)$  – модуль фильтрации зашумлённой функции одной переменной одномерным ИФ. Результат работы модуля: вектор  $\hat{f}$ , содержащий отфильтрованные значения  $\hat{f}_i$  зашумлённой функции  $\tilde{f}(t_i)$ ;
- $D1\_filter\_MED(f, L)$  – модуль фильтрации зашумлённой функции одной переменной одномерным МФ. Результат работы модуля: вектор  $\hat{f}$ , содержащий отфильтрованные значения  $\hat{f}_i$  зашумлённой функции  $\tilde{f}(t_i)$ ;
- $D1\_filter\_KF(f, L, K, \Delta)$  – модуль фильтрации зашумлённой функции одной переменной одномерным КФ. Результат работы модуля: вектор  $\hat{f}$ , содержащий отфильтрованные значения  $\hat{f}_i$  зашумлённой функции  $\tilde{f}(t_i)$ .

**ГМ-2 «Модули нелинейной 2D ЛПФ»** представлен файлом «Модули 2D ЛПФ.xmcd» размера 112 КБ. Он включает следующие модули:

- $D2\_form\_aperture(I, J, L1, L2, F)$  – модуль формирования апертур двумерного пространственного фильтра. Результат работы модуля: размеры апертур пространственного фильтра  $L1, L2$ ;
- $D2\_filter\_AM(F, L1, L2)$  – модуль фильтрации зашумлённой функции двух переменных двумерным ФСС. Результат работы модуля: матрица  $\hat{F}$ , содержащая отфильтрованные значения  $\hat{F}_{i,j}$  зашумлённой функции двух переменных  $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ ;
- $D2\_filter\_intAM(F, L1, L2, \Delta)$  – модуль фильтрации зашумлённой функции двух переменных двумерным ИФ. Результат работы модуля: матрица  $\hat{F}$ , содержащая отфильтрованные значения  $\hat{F}_{i,j}$  зашумлённой функции двух переменных  $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ ;

- $D2\_filter\_MED(F, L1, L2)$  – модуль фильтрации зашумлённой функции двух переменных двумерным МФ. Результат работы модуля: матрица  $\hat{F}$ , содержащая отфильтрованные значения  $\hat{F}_{i,j}$  зашумлённой функции двух переменных  $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ ;
- $D2\_filter\_KF(F, L1, L2, K1, K2, \Delta)$  – модуль фильтрации зашумлённой функции двух переменных двумерным КФ. Результат работы модуля: матрица  $\hat{F}$ , содержащая отфильтрованные значения  $\hat{F}_{i,j}$  зашумлённой функции двух переменных  $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ .

Для тестирования работы данного пакета модулей используются ТП-1 «Визуализация 1D ЛПФ», ТП-2 «Визуализация 2D ЛПФ». Работа ТП-1, ТП-2 прилагается в качестве иллюстративного материала к рассматриваемому пакету модулей [56].

Функциональные возможности ТП:

- формирование моделей шумов измерений, соответствующих НИ и АИ;
- формирование зашумлённых одномерного и двумерного исходных сигналов с заданным уровнем шума измерений  $\delta_\eta$ ;
- априорное задание фиксированных размеров апертур пространственных фильтров;
- фильтрация шумов измерений в одномерных и двумерных сигналах алгоритмами ЛПФ;
- сравнение относительных уровней исходного и остаточного шумов;
- вычисление величины относительной ошибки фильтрации  $\delta_{\hat{f}}$  зашумлённого сигнала  $\tilde{f}(t)$  согласно формуле:

$$\delta_{\hat{f}} = \frac{\|\hat{f} - f\|}{\|f\|}, \quad (4.1)$$

где  $\hat{f}$  – вектор, сформированный из значений отфильтрованного сигнала  $\hat{f}(t_i)$ .

**ТП-1 «Визуализация 1D ЛПФ»** представлен файлом «Визуализация 1D ЛПФ.xmcd» размера 222 КБ, который обращается к файлам ГМ-1, ГМ-4. Файл ТП-1 содержит аналитическое описание одномерного точного тестового сигнала  $f(t)$ , которое выбирается пользователем из предложенных смоделированных реакций типовых динамических звеньев на вход-скачок или задаётся непосредственно пользователем в рабочей области документа. Выполняется формирование шума измерений  $\eta$  моделей НИ и АИ, модель шума измерений выбирается пользователем. На основе исходных данных формируется зашумлённый сигнал  $\tilde{f}(t)$ ; производится фильтрация шума измерений алгоритмами ЛПФ (ФСС, ИФ, МФ, КФ) и построение отфильтрованного сигнала  $\hat{f}(t)$  при обращении к соответствующим модулям ГМ-1, а также вычисление апертур фильтров при обращении к модулю ГМ-4; вычисляется

относительная ошибка фильтрации согласно формуле (4.1). Все этапы программы сопровождаются графическим представлением.

ТП-2 «Визуализация 2D ЛПФ» представлен файлом «Визуализация 2D ЛПФ.xmcd» размера 818 КБ, который обращается к файлам ГМ-2, ГМ-4. Файл ТП-2 содержит аналитическое описание двумерного точного тестового сигнала  $F(t, \omega)$ , которое выбирается пользователем из предложенных смоделированных откликов элементов теплообменных установок на скалярный вход-скачок или задаётся непосредственно пользователем в рабочей области документа. Выполняется формирование шума измерений  $\eta$  модели НИ. Шумовые составляющие двумерного сигнала формируются с помощью модуля  $D2\_Form\_Noise(\delta_\eta, F)$ . На основе исходных данных формируется зашумлённый сигнал  $\tilde{F}(t, \omega)$ ; производится фильтрация шума измерений алгоритмами ЛПФ (двумерными ФСС, ИФ, МФ, КФ) и построение отфильтрованного сигнала  $\hat{F}(t, \omega)$  при обращении к соответствующим модулям ГМ-2, а также вычисление апертур фильтров при обращении к модулю ГМ-4; вычисляется относительная ошибка фильтрации на основе формулы (4.1) с помощью модуля  $D2\_Err(F, F_F)$ , в котором в качестве входного параметра  $F_F$  принимается матрица, содержащая значения  $\hat{F}_{i,j}$  некоторого отфильтрованного сигнала  $\hat{F}(t, \omega)$ . Все этапы программы сопровождаются графическим представлением.

Пакет модулей используется для фильтрации одномерных и двумерных зашумлённых сигналов и реализации этапов предобработки и постобработки разработанных алгоритмов идентификации.

#### **4.2.2. Пакет модулей построения сглаживающего кубического сплайна для функции одной переменной**

**«Пакет модулей построения сглаживающего кубического сплайна для функции одной переменной»** [58] библиотечного типа универсален и предназначается для решения следующих задач:

- построение производной первого порядка точной функции одной переменной с помощью интерполяционных сплайнов;
- построение СКС и производной первого порядка СКС для функции одной переменной при заданном параметре сглаживания и КУ: естественных, I рода, комбинированных;

- вычисление оценки оптимального параметра сглаживания на основе статистического критерия оптимальности для случая, когда дисперсия шума измерений исходного сигнала известна;

- вычисление оценки оптимального параметра сглаживания на основе метода L-кривой для случая, когда дисперсия шума измерений исходного сигнала неизвестна;

- устойчивое вычисление производной первого порядка зашумлённой функции одной переменной через СКС;

- вычисление относительной ошибки сглаживания, относительной ошибки дифференцирования.

Пакет модулей содержит ГМ-3 «Вычисление сплайна и его производной при заданном параметре сглаживания», ГМ-4 «Вычисление параметра сглаживания», БМ-1 «Вычисление коэффициентов сплайна при заданном параметре сглаживания», ТП-3 «1D дифференцирование». Исходный код пакета модулей зарегистрирован в Реестре программ для ЭВМ 26.11.2021 г., свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021669320 [58] (Приложение Г).

Описание входных параметров модулей ГМ-3, ГМ-4, БМ-1 представлено в Таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Входные параметры модулей  
«Пакет модулей построения сглаживающего кубического сплайна  
для функции одной переменной»

Имя и формат входного параметра	Назначение
$f$ , вектор вещественных чисел	Вектор, содержащий значения $\tilde{f}_i$ некоторой зашумлённой функции $\tilde{f}(t_i)$ , по которым строится СКС в узлах (2.1) $t_i = i \cdot h$ , где $h$ – шаг измерений, $i = 1 \dots N_x$ , $N_x$ – количество узлов измерений.
$x$ , вектор целых чисел	Вектор длины $N_x$ , содержащий узлы измерений $x_i$ , $i = 1 \dots N_x$ , упорядоченные по возрастанию, в которых вычисляются значения сплайна.
$y$ , вектор целых чисел	Вектор длины $N_y$ , содержащий узлы измерений $y_j$ , $j = 1 \dots N_y$ , упорядоченные по возрастанию, в которых вычисляются значения сплайна.
$N_x$ , целое число	Количество узлов измерений по переменной $x$ .
$N_y$ , целое число	Количество узлов измерений по переменной $y$ .
$p$ , вектор целых чисел	Вектор, содержащий значения весовых множителей $p_i$ , входящие в функционал (2.16). В случае равнооточных измерений $p_i$ задаются одинаковыми, причём $p_i > 0$ .
$\alpha$ , вещественное число	Задаваемый параметр сглаживания СКС.
$s1, s2$ , вещественные числа	Значения КУ на первую производную на левой и правой границах интервала построения сплайна соответственно.

Продолжение Таблицы 4.3

Имя и формат входного параметра	Назначение
$\sigma_{\eta}^2$ , вещественное число	Задаваемая дисперсия шума измерений.
$\alpha_{\min}, \alpha_{\max}$ , вещественные числа	Задаваемые границы интервала, внутри которого находится значение $\alpha_{\text{opt}}$ .

**ГМ-3 «Вычисление сплайна и его производной при заданном параметре сглаживания»** представлен файлом «Вычисление сплайна и его производной при заданном параметре сглаживания.xmcd» размера 197 КБ. Обращается к БМ-1. Он включает следующие модули:

- $Calc\_spline00\_vec\_x(N_x, x, p, f, \alpha)$ ,  $Calc\_spline00\_vec\_y(N_x, x, p, f, \alpha, N_y, y)$  – модули вычисления значений сплайна в массивах узлов  $x, y$  соответственно при естественных КУ. Результат работы модулей: векторы  $S_{f,\alpha}$ , сформированные из значений СКС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно;

- $Calc\_spline11\_vec\_x(N_x, x, p, f, \alpha, s1, s2)$ ,  
 $Calc\_spline11\_vec\_y(N_x, x, p, f, \alpha, s1, s2, N_y, y)$  – модули вычисления значений сплайна в массивах узлов  $x, y$  соответственно при КУ I рода. Результат работы модулей: векторы  $S_{f,\alpha}$ , сформированные из значений СКС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно;

- $Calc\_spline10\_vec\_x(N_x, x, p, f, \alpha, s1)$ ,  
 $Calc\_spline10\_vec\_y(N_x, x, p, f, \alpha, s1, N_y, y)$  – модули вычисления значений сплайна в массивах узлов  $x, y$  соответственно при комбинированных КУ (2.15). Результат работы модулей: векторы  $S_{f,\alpha}$ , сформированные из значений СКС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно;

- $Calc\_spline01\_vec\_x(N_x, x, p, f, \alpha, s2)$ ,  
 $Calc\_spline01\_vec\_y(N_x, x, p, f, \alpha, s2, N_y, y)$  – модули вычисления значений сплайна в массивах узлов  $x, y$  соответственно при комбинированных КУ (2.16). Результат работы модулей: векторы  $S_{f,\alpha}$ , сформированные из значений СКС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно;

- $Calc\_d1spline00\_vec\_x(N_x, x, p, f, \alpha)$ ,  
 $Calc\_d1spline00\_vec\_y(N_x, x, p, f, \alpha, N_y, y)$  – модули вычисления значений производной сплайна в массивах узлов  $x, y$  соответственно при естественных КУ. Результат работы модулей: векторы  $S'_{f,\alpha}$ , сформированные из значений производных СКС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно;

- $Calc\_d1spline11\_vec\_x(N_x, x, p, f, \alpha, s1, s2)$ ,

$Calc\_d1spline11\_vec\_y(N_x, x, p, f, \alpha, s1, s2, N_y, y)$  – модули вычисления значений производной сплайна в массивах узлов  $x, y$  соответственно при КУ I рода. Результат работы модулей: векторы  $S'_{f,\alpha}$ , сформированные из значений производных СКС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно;

- $Calc\_d1spline10\_vec\_x(N_x, x, p, f, \alpha, s1)$ ,

$Calc\_d1spline10\_vec\_y(N_x, x, p, f, \alpha, s1, N_y, y)$  – модули вычисления значений производной сплайна в массивах узлов  $x, y$  соответственно при комбинированных КУ (2.15). Результат работы модулей: векторы  $S'_{f,\alpha}$ , сформированные из значений производных СКС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно;

- $Calc\_d1spline01\_vec\_x(N_x, x, p, f, \alpha, s2)$ ,

$Calc\_d1spline01\_vec\_y(N_x, x, p, f, \alpha, s2, N_y, y)$  – модули вычисления значений производной сплайна в массивах узлов  $x, y$  соответственно при комбинированных КУ (2.16). Результат работы модулей: векторы  $S'_{f,\alpha}$ , сформированные из значений производных СКС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно.

**ГМ-4 «Вычисление параметра сглаживания»** представлен файлом «Вычисление параметра сглаживания.xmcd» размера 280 КБ. Обращается к ГМ-3, БМ-1. Он включает следующие модули:

- $\rho_L(x, p, f, \alpha)$  – модуль вычисления координат L-кривой  $\rho(\alpha), \gamma(\alpha)$  (2.30).

Результат работы модуля: векторы координат  $(\rho(\alpha), \gamma(\alpha))$  для построения L-кривой;

- $\rho_W(N_x, x, p, f, \alpha, \sigma_\eta^2)$  – модуль вычисления статистики  $\rho_W(\alpha)$  (2.25). Результат

работы модуля: вектор статистики  $\rho_W(\alpha)$ ;

- $Calc\_L00(x, p, f, \alpha_{\min}, \alpha_{\max})$ ,  $Calc\_L11(x, p, f, \alpha_{\min}, \alpha_{\max}, s1, s2)$ ,

$Calc\_L10(x, p, f, \alpha_{\min}, \alpha_{\max}, s1)$ ,  $Calc\_L01(x, p, f, \alpha_{\min}, \alpha_{\max}, s2)$  – модули вычисления параметра сглаживания на основе L-кривой через коэффициенты СКС соответственно: с естественными КУ, с КУ I рода, с комбинированными КУ вида (2.15), (2.16). Результат работы модулей: оценки оптимального параметра сглаживания  $\alpha_L$ ;

- $Calc\_W00(x, p, f, \sigma_\eta^2)$ ,  $Calc\_W11(x, p, f, \sigma_\eta^2, s1, s2)$ ,  $Calc\_W10(x, p, f, \sigma_\eta^2, s1)$ ,

$Calc\_W01(x, p, f, \sigma_\eta^2, s2)$  – модули вычисления параметра сглаживания на основе критерия

оптимальности через коэффициенты СКС соответственно: с естественными КУ, с КУ I рода, с комбинированными КУ вида (2.15), (2.16). Результат работы модулей: оценки оптимального параметра сглаживания  $\alpha_w$ .

**БМ-1 «Вычисление коэффициентов сплайна при заданном параметре сглаживания»** представлен файлом «Вычисление коэффициентов сплайна при заданном параметре сглаживания.xmcd» размера 266 КБ. Он включает следующие модули:

- $Form\_matrix00(N_x, x, p, \alpha)$ ,  $Form\_matrix11(N_x, x, p, \alpha)$ ,  
 $Form\_matrix10(N_x, x, p, \alpha)$ ,  $Form\_matrix01(N_x, x, p, \alpha)$  – модули формирования матриц коэффициентов СКС соответственно: при естественных КУ, КУ I рода, комбинированных КУ вида (2.15), (2.16). Результат работы модулей: матрицы коэффициентов СКС  $B$ , рассчитанные на основе соотношений (2.17), (2.18);

- $Coef\_c00(N_x, x, p, f, \alpha)$ ,  $Coef\_c11(N_x, x, p, f, \alpha, s1, s2)$ ,  
 $Coef\_c10(N_x, x, p, f, \alpha, s1)$ ,  $Coef\_c01(N_x, x, p, f, \alpha, s2)$  – модули вычисления коэффициентов  $c_i$  СКС соответственно: при естественных КУ, КУ I рода, комбинированных КУ вида (2.15), (2.16). Результат работы модулей: вектор коэффициентов СКС  $c$ , рассчитанный на основе соотношений (2.21), (2.22);

- $Coef\_a(N_x, x, p, f, \alpha, c)$  – модуль вычисления коэффициентов  $a_i$  СКС. Результат работы модуля: вектор коэффициентов СКС  $a$ , рассчитанный на основе соотношения (2.19);

- $Coef\_b(N_x, x, a, c)$  – модуль вычисления коэффициентов  $b_i$  СКС. Результат работы модуля: вектор коэффициентов СКС  $b$ , рассчитанный на основе соотношения (2.20);

- $Coef\_d(N_x, x, c)$  – модуль вычисления коэффициентов  $d_i$  СКС. Результат работы модуля: вектор коэффициентов СКС  $d$ , рассчитанный на основе соотношения (2.20).

**ТП-3 «1D дифференцирование»** представлен файлом «Иллюстративный материал СКС.xmcd» размера 419 КБ, который обращается к файлам ГМ-3, ГМ-4, БМ-1. Файл ТП-3 содержит аналитическое описание одномерного точного тестового сигнала  $f(t)$ , которое выбирается пользователем из предложенных смоделированных реакций типовых динамических звеньев на вход-скачок или задаётся непосредственно пользователем в рабочей области документа. Выполняется формирование шума измерений  $\eta$  моделей НИ и АИ, модель выбирается пользователем. На основе исходных данных формируется зашумлённый сигнал  $\tilde{f}(t)$ , производится вычисление точной производной аппаратом СКС  $S'_{f,\alpha}(t)$  и производной от зашумлённого сигнала  $S'_{\tilde{f},\alpha}(t)$  при обращении к соответствующим модулям ГМ-3, БМ-1, а также вычисление оценок параметров сглаживания при обращении к модулю ГМ-4.



Вычисляются относительная ошибка сглаживания согласно формуле (2.29) и относительная ошибка дифференцирования согласно формуле (2.33). Все этапы программы сопровождаются графическим представлением.

Пакет модулей используется для устойчивого дифференцирования эмпирических функций одной переменной и реализации основных этапов разработанных Алгоритмов-1, -2 идентификации.

#### **4.2.3. Пакет модулей построения сглаживающего бикубического сплайна для функции двух переменных**

**«Пакет модулей построения сглаживающего бикубического сплайна для функции двух переменных»** [57] библиотечного типа универсален и предназначен для решения следующих задач:

- построение производных второго порядка точной функции двух переменных с помощью интерполяционных сплайнов;
- построение СБС и производных второго порядка СБС для функции двух переменных при заданных параметрах сглаживания и КУ: естественных, I рода, комбинированных;
- вычисление оценок оптимальных скалярного и векторного параметров сглаживания на основе статистического критерия оптимальности для случая, когда дисперсия шума измерений исходного сигнала известна;
- вычисление оценок оптимальных скалярного и векторного параметров сглаживания на основе метода L-кривой для случая, когда дисперсия шума измерений исходного сигнала неизвестна;
- устойчивое вычисление производных второго порядка зашумлённой функции двух переменных через СБС;
- вычисление относительной ошибки сглаживания, относительной ошибки дифференцирования.

Пакет модулей содержит ГМ-5 «Вычисление D2 сплайна и частных производных при заданных параметрах сглаживания», БМ-2 «Модуль интегрирования дискретных 2D функций», ТП-4 «2D дифференцирование». Исходный код пакета модулей зарегистрирован в Реестре программ для ЭВМ 08.04.2022 г., свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022616377 [57] (Приложение Г).

Описание входных параметров модулей ГМ-5, БМ-2 представлено в Таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Входные параметры модулей  
 «Пакет модулей построения сглаживающего бикубического сплайна  
 для функции двух переменных»

Имя и формат входного параметра	Назначение
$F$ , матрица вещественных чисел	Матрица, содержащая значения $\tilde{F}_{i,j}$ некоторой зашумлённой функции двух переменных $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ , по которым строится СБС в узлах сетки (3.1) $t_i = i \cdot h$ , $\omega_j = j \cdot h$ , где $i = 1 \dots N_x$ , $j = 1 \dots N_y$ , $N_x$ , $N_y$ – количество узлов измерений по соответствующим переменным $t$ , $\omega$ .
$x$ , вектор целых чисел	Вектор длины $N_x$ , содержащий узлы измерений $x_i$ по переменной $t$ , упорядоченные по возрастанию, в которых вычисляются значения сплайна.
$y$ , вектор целых чисел	Вектор длины $N_y$ , содержащий узлы измерений $y_j$ по переменной $\omega$ , упорядоченные по возрастанию, в которых вычисляются значения сплайна.
$p_x, p_y$ векторы целых чисел	Векторы, содержащие соответственно значения весовых множителей $p_{x_i}$ , $p_{y_j}$ , входящие в функционал (2.16). В случае равнооточных измерений весовые множители задаются одинаковыми, причём $p_{x_i} > 0$ , $p_{y_j} > 0$ .
$\alpha_x, \alpha_y$ вещественные числа	Задаваемые скалярные или векторные параметры сглаживания сплайна при построении СБС по переменным $t$ , $\omega$ .
$s1, s2$ , вещественные числа	Значения КУ на первую производную на левой и правой границах интервала построения сплайна соответственно.

**ГМ-5 «Вычисление D2 сплайна и частных производных при заданных параметрах сглаживания»** представлен файлом «Вычисление D2 сплайна и частных производных при заданных параметрах сглаживания.xmcd» размера 139 КБ. Обращается к ГМ-3, ГМ-4, БМ-1. Он включает следующие модули:

- $D2\_spline_x(F, x, p_x, \alpha_x)$ ,  $D2\_spline_y(F, y, p_y, \alpha_y)$  – модули построения бикубического сплайна по переменным  $x, y$  соответственно при соответствующем выборе КУ. Результат работы модулей: матрицы  $S_{F_x, \alpha}$ ,  $S_{F_y, \alpha}$  сформированные из значений СБС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно;

- $D2\_d1spline_x(dF, x, p_x, \alpha_x)$ ,  $D2\_d1spline_y(dF, y, p_y, \alpha_y)$  – модули вычисления значений частных производных сплайна по переменным  $x, y$  соответственно при соответствующем выборе КУ. Результат работы модулей: матрицы  $S'_{F_x, \alpha}$ ,  $S'_{F_y, \alpha}$ , сформированные из значений производных СБС в узлах  $x_i$  и  $y_j$  соответственно.

**БМ-2 «Модуль интегрирования дискретных 2D функций»** представлен файлом «Модуль интегрирования дискретных 2D функций.xmcd» размера 104 КБ. Обращается к ГМ-3, БМ-1. Он включает модули:

•  $D2\_Int_{xy}00(x, y, F)$ ,  $D2\_Int_{xy}11(x, y, F, s1, s2)$ ,  $D2\_Int_{xy}10(x, y, F, s1)$ ,  $D2\_Int_{xy}01(x, y, F, s2)$  – модули интегрирования функции двух переменных с использованием СКС первоначально по переменной  $x$ , а затем – по переменной  $y$  соответственно: при естественных КУ, КУ I рода, комбинированных КУ вида (2.15), (2.16). Результат работы модулей: матрица  $K$ , сформированная из значений проинтегрированной функции двух переменных.

**ТП-4 «2D дифференцирование»** представлен файлом «2D дифференцирование.xmcd» размера 1269 КБ, который обращается к файлам ГМ-5, БМ-2. Файл ТП-4 содержит аналитическое описание двумерного точного тестового сигнала  $F(t, \omega)$ , которое выбирается пользователем из предложенных смоделированных типовых реакций теплообменных элементов на скалярный вход-скачок или задаётся непосредственно пользователем в рабочей области документа. Выполняется формирование шума измерений  $\eta$  модели НИ. Шумовые составляющие двумерного сигнала формируются с помощью модуля  $D2\_Form\_Noise(\delta_\eta, F)$ . На основе исходных данных формируется зашумлённый сигнал  $\tilde{F}(t, \omega)$ ; производится вычисление частных производных первого порядка  $S3_{F, \alpha 3}^{(j)}(t)$ ,  $S1_{F, \alpha 1}^{(i)}(\omega)$  по переменным  $t, \omega$  соответственно аппаратом СБС; на основе производных первого порядка путём дифференцирования по переменной  $\omega$  производится вычисление производных второго порядка  $S4_{F_t, \alpha 4}^{(i)}(\omega)$ ,  $S2_{F_\omega, \alpha 2}^{(i)}(\omega)$  при обращении к соответствующим модулям ГМ-5. Производится вычисление оценок параметров сглаживания при обращении к модулю ГМ-4. Вычисляются относительная ошибка сглаживания на основе формулы (2.29) и относительная ошибка дифференцирования на основе формулы (2.33) с помощью модулей  $D2\_Err(F, F_F)$  и соответствующего модуля БМ-2. Все этапы программы сопровождаются графическим представлением.

Пакет модулей используется для устойчивого дифференцирования эмпирических функций двух переменных и реализации основных этапов разработанного Алгоритма-3 идентификации.

### 4.3. Программно-вычислительный комплекс

#### «Идентификация динамики линейных объектов»

Прикладной ПВК «Идентификация динамики линейных объектов» программно реализует решение задач непараметрической идентификации ИПФ линейных динамических

объектов с помощью Алгоритмов-1, -2. ПВК включает ГМ «Этапы Алгоритмов-1, -2», непосредственно реализующий этапы Алгоритмов-1, -2, и отдельный документ с пользовательским интерфейсом «Идентификация динамики линейных объектов», реализующий вычислительный эксперимент по решению практической задачи идентификации.

**ГМ-6 «Этапы Алгоритмов-1, -2»** представлен файлом «Этапы алгоритмов линейный случай.xmcd» размера 243 КБ. Обращается к ГМ-1, ГМ-3, ГМ-4, БМ-1. Описание входных параметров модулей ГМ-6 представлено в Таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Входные параметры модуля ГМ-6

Имя и формат входного параметра	Назначение
$f$ , вектор вещественных чисел	Вектор, содержащий значения $\tilde{f}_i$ некоторой зашумлённой функции $\tilde{f}(t_i)$ в узлах (2.1) $t_i = i \cdot h$ , где $h$ – шаг измерений, $i = 1 \dots N$ , $N$ – количество узлов измерений.
$k$ , вектор вещественных чисел	Вектор, содержащий значения $\hat{k}_i$ вычисленной оценки ИПФ $\hat{k}(t_i)$ в узлах (2.1).
$t$ , вектор вещественных чисел	Вектор длины $N$ , содержащий узлы измерений $t_i$ , упорядоченные по возрастанию.
$\tau$ , целое число	Значение временной задержки.
$N$ , целое число	Количество узлов измерений по переменной $t$ .
$N_f$ , целое число	Значение длины периодической дискретной последовательности, выбираемое из условия $N_f = \min_m \{2^m \geq N\}$ .
$Coef$ , матрица вещественных чисел	Матрица коэффициентов сплайна $a_i, b_i, c_i, d_i$ , вычисленных при соответствующих КУ с заданным параметром сглаживания.
$I$ , вектор целых чисел	Вектор узлов измерений $i = 1 \dots N$ , причём значение $N$ рассчитывается с помощью встроенной функции Mathcad $length(f)$ (подсчёт количества элементов вектора $\tilde{f}$ ).
$J$ , вектор целых чисел	Вектор значений переменной интегрирования $J$ , причём $i = 1 \dots N, j = 1 \dots i$ .
$m$ , целое число	Номер элемента вектора $f$ , начиная с которого выполняется локальное сглаживание.

ГМ-6 включает следующие модули:

- $Est\_disp(f, N, N_f)$  – модуль оценивания дисперсии шума измерений в зашумлённом сигнале  $\tilde{f}(t)$ . Результат работы модуля: значение дисперсии шума измерений  $\sigma_\eta$ ;
- $Timeout(f, \tau, N)$  – модуль моделирования звена задержки, которое отсекает и компенсирует временную задержку динамического объекта. Результат работы модуля: усечённый вектор  $f$  длины  $N - \tau$ ;
- $Calc\_Integr(t, f, Coef, I, J)$  – модуль вычисления интеграла свёртки в уравнении (2.37). Результат работы модуля: значение интеграла свёртки  $Int$ ;
- $Form\_Phi(t, f, Coef)$  – модуль вычисления элементов матрицы  $\Phi'$ . Результат работы модуля: матрица  $\Phi'$ , элементы которой вычисляются через производные первого порядка СКС;
- $Calc\_K\_app(t, k, m)$  – модуль локального сглаживания значений оценки ИПФ  $\hat{k}(t)$ , начиная с элемента  $m$  вектора и до последнего элемента. Результат работы модуля: вектор  $k$ , сформированный из значений сглаженной оценки ИПФ  $\hat{k}(t)$ .

Вычислительный эксперимент «Идентификация динамики линейных объектов» представлен файлом «Идентификация линейный случай.xmcd» размера 1928 КБ, который обращается к файлам ГМ-1, ГМ-3, ГМ-4, ГМ-6, БМ-1. Обобщённая структурная схема ПВК представлена на Рисунке 4.2.

В блоке формирования исходных данных пользователь задаёт и изменяет значения глобальных переменных: количество узлов измерений  $N$ , шаг измерений  $h$ , амплитуду входного скачка  $A$ , вектор весовых множителей  $p$ ; задаёт имя внешнего файла, из которого производится считывание исходных экспериментальных данных; определяет и задаёт величину временной задержки  $\tau$  на основе экспериментальных данных. В этом же блоке параллельно программа считывает исходные экспериментальные данные; формирует узлы измерений  $t_i$ ; формирует скачкообразный входной сигнал  $x(t)$  заданной амплитуды в виде функции Хевисайда; формирует усечённые сигналы с учётом временной задержки.

В блоке построения интегральных моделей на основе исходных данных предварительно формируются интегральные модели вида (1.9), (1.15) и производится их уточнение после этапа идентификации на основе построенных оценок ИПФ.

В блоке идентификации выполняется идентификация ИПФ объекта Алгоритмами-1, -2. Этап предварительной обработки зашумлённых исходных данных задачи идентификации Алгоритмов-1, -2 реализуется следующими средствами. Для принятия решения о целесообразности этапа предобработки при решении практических задач оценивается

дисперсия шума измерений согласно методике, описанной в работах [55; 63], путём обращения к модулю ГМ-6  $Est\_disp(f, N, N_f)$ . Работа пороговых алгоритмов вейвлет-фильтрации реализована в Mathcad 15 встроенной библиотекой функций *Wavelets*, в вычислительном эксперименте используются функции *daublet*, *MaxDWTLevel*, *D1\_Filter\_H<sub>β</sub>*, *D1\_Filter\_HIP*. Работа одномерного пространственного КФ реализуется путём обращения к модулю ГМ-1  $D1\_filter\_KF(f, L, K, \Delta)$ . КУ при построении СКС выбираются исходя из наличия или отсутствия априорной информации о точных значениях производных обрабатываемых экспериментальных сигналов. Построение СКС и устойчивое вычисление производных от экспериментальных зашумлённых сигналов в Алгоритмах-1, -2 реализуется при обращении к модулям ГМ-3, БМ-1 прикладного библиотечного пакета. Алгоритм оценивания параметра сглаживания выбирается исходя из наличия или отсутствия априорной информации о дисперсии шума измерений в исходных сигналах, оценка параметра сглаживания вычисляется с помощью модулей ГМ-4. В Алгоритме-2 вычисление интеграла свёртки в уравнении (2.37) реализуется путём обращения к модулю ГМ-6  $Calc\_Integr(t, f, Coef, I, J)$ . Вычисление элементов матрицы  $\Phi'$  реализуется путём обращения к модулю ГМ-6  $Form\_Phi(t, f, Coef)$ . Постобработка вычисленной оценки ИПФ с целью отсека неинформативных осцилляций производится путём локальной аппроксимации полиномом  $\Pi$  порядка при обращении к модулю ГМ-6  $Calc\_K_{app}(t, f, m)$ .

В блоке сравнения результатов и проверки адекватности построенной модели решаются прямые задачи вычисления реакции объекта на заданное входное воздействие на основе вычисленных оценок ИПФ; выполняется сравнение экспериментальных данных и вычисленных характеристик; определяются количественные показатели соответствия экспериментальных данных и вычисленных характеристик: невязки, относительная ошибка идентификации (2.36).

Блок визуализации отвечает за отображение результатов моделирования, промежуточных результатов и решения задачи идентификации в графическом виде и параллельно подключается на соответствующих этапах работы программы.

Блок вывода промежуточных и конечных результатов в численном виде, в котором отображаются количественные результаты вычислений, параллельно подключается на соответствующих этапах работы программы.

В ПВК «Идентификация динамики линейных объектов» представлено компактное описание вычислительного эксперимента, которое может использоваться для идентификации ИПФ и исследования линейных динамических объектов теплоэнергетики. Эффективность

работы и достоверность результатов рассматриваемого ПВК показана в гл. 2 диссертационной работы при решении задач непараметрической идентификации элементов СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ». Для работы с СОМ «ВН-ВЕНТ-ПОМ» в различных режимах на основе ПВК разработан прикладной пакет со специализированным вычислительным экспериментом «Идентификация переходных процессов теплообмена в системе обеспечения микроклимата», использующийся при расчётах параметров и прогнозировании поведения характеристик элементов СОМ на кафедре теплогазоснабжения и вентиляции «НГАСУ (Сибстрин)». Программное обеспечение защищено свидетельствами о государственной регистрации [24; 56; 58] (Приложение Г).

#### 4.4. Программно-вычислительный комплекс

##### «Идентификация динамики нелинейных объектов»

Прикладной ПВК «Идентификация динамики нелинейных объектов» программно реализует решение задач непараметрической идентификации ядра  $K_2$  квадратичного члена полинома Вольтерра с помощью Алгоритма-3. ПВК включает ГМ «Этапы Алгоритма-3», непосредственно реализующий этапы Алгоритма-3, и отдельный документ с пользовательским интерфейсом «Идентификация динамики нелинейных объектов», реализующий вычислительный эксперимент по решению практической задачи идентификации.

ГМ-7 «Этапы Алгоритма-3» представлен файлом «Этапы алгоритма нелинейный случай.xml» размера 135 КБ. Обращается к ГМ-2, ГМ-5, БМ-2. Описание входных параметров модулей ГМ-7 представлено в Таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Входные параметры модуля ГМ-7

Имя и формат входного параметра	Назначение
$F$ , матрица вещественных чисел	Матрица, содержащая значения $\tilde{F}_{i,j}$ некоторой зашумлённой функции двух переменных $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ , по которым строится СБС, в узлах сетки (3.1) $t_i = i \cdot h$ , $\omega_j = j \cdot h$ , где $i = 1 \dots N_x$ , $j = 1 \dots N_y$ , $N_x$ , $N_y$ – количество узлов измерений по соответствующим переменным $t$ , $\omega$ .
$K$ , матрица вещественных чисел	Матрица, содержащая значения $\hat{K}_{i,j}$ вычисленной оценки ядра $\hat{K}(t_i, t_i - \omega_j)$ , в узлах сетки (3.1).
$Dif_{xy}$ , матрица вещественных чисел	Матрица, содержащая значения смешанной производной второго порядка функции $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ по переменным $t$ , $\omega$ , вычисленной на основе СБС.
$Dif_{yy}$ , матрица вещественных чисел	Матрица, содержащая значения частной производной второго порядка функции $\tilde{F}(t_i, \omega_j)$ по переменной $\omega$ , вычисленной на основе СБС.

ГМ-7 включает следующие модули:

- $D2\_Est\_disp(F)$  – модуль оценивания дисперсии шума измерений в зашумлённом двумерном сигнале  $\tilde{F}(t, \omega)$ . Результат работы модуля: значение дисперсии шума измерений  $\sigma_\eta$ ;
- $Matrix(F)$  – модуль формирования дополненной матрицы выходного сигнала  $F$  согласно правилу (3.2). Результат работы модуля: матрица  $F$ , сформированная из значений дополненного выходного сигнала  $F(t, \omega)$ ;
- $Calc\_K_{est}(Dif_{xy}, Dif_{yy})$  – модуль вычисления оценки ядра  $K_2$  модели (1.22) согласно формуле обращения (1.30). Результат работы модуля: матрица  $\hat{K}$ , сформированная из значений вычисленной оценки квадратичного ядра  $\hat{K}(t, t - \omega)$ ;
- $Symmetry(K)$  – модуль формирования симметричной матрицы ядра  $K_2$  модели (1.22). Результат работы модуля: матрица  $K_{sim}$ , сформированная из значений оценки квадратичного ядра  $\hat{K}(s_1, s_2)$ .

Вычислительный эксперимент «Идентификация динамики нелинейных объектов» представлен файлом «Идентификация нелинейный случай.xmcd» размера 2990 КБ, который обращается к файлам ГМ-2, ГМ-4, ГМ-5, ГМ-7, БМ-2. Обобщённая структурная схема ПВК представлена на Рисунке 4.2.

В блоке формирования исходных данных пользователь задаёт и изменяет значения глобальных переменных: количество узлов измерений по переменным  $t, \omega$  соответственно  $N_t, N_\omega$ , шаг измерений  $h$ , амплитуду входного скачка  $A$ , вектор весовых множителей  $p$ , начальное значение характеристики входного воздействия в стационарном режиме  $x_0$ ; задаёт имя внешнего файла, из которого производится считывание исходных экспериментальных данных. В этом же блоке параллельно программа считывает исходные экспериментальные данные; формирует узлы измерений  $t_i, \omega_j$ ; формирует семейство скачкообразных входных воздействий (1.24) заданной амплитуды в виде функции Хевисайда в отклонениях от значения  $x_0$ ; формирует двумерный выходной сигнал на основе экспериментальных данных согласно формуле (1.28) и дополняет его согласно правилу (3.2) с помощью модуля  $Matrix(F)$ .

В блоке построения интегральных моделей на основе исходных данных предварительно формируется интегральная модель вида (1.22) и производится её уточнение после этапа идентификации на основе построенной оценки квадратичного ядра.

В блоке идентификации выполняется идентификация ядра  $K_2$  модели (1.22) Алгоритмом-3. Этап предварительной обработки зашумлённых исходных данных задачи



идентификации Алгоритмом-3 и постобработки найденной оценки ядра реализуется следующими средствами. Для принятия решения о целесообразности этапа преобработки при решении практических задач оценивается дисперсия шума измерений согласно методике, описанной в работах [55; 63], путём обращения к модулю ГМ-7  $D2\_Est\_disp(F)$ . Работа двумерного пространственного КФ реализуется путём обращения к модулю ГМ-2  $D2\_filter\_KF(F, L1, L2, K1, K2, \Delta)$ . КУ при построении СБС выбираются исходя из наличия или отсутствия априорной информации о точных значениях производных обрабатываемых экспериментальных сигналов. Построение СБС и устойчивое вычисление производных второго порядка от экспериментальных зашумлённых сигналов в Алгоритме-3 реализуется при обращении к модулям ГМ-5, БМ-2 прикладного библиотечного пакета. Метод оценивания параметра сглаживания выбирается исходя из наличия или отсутствия априорной информации о дисперсии шума измерений в исходных сигналах, оценка параметра сглаживания вычисляется с помощью модулей ГМ-4. Оценка квадратичного ядра  $\hat{K}(t, t - \omega)$  вычисляется согласно формуле обращения (1.30) с помощью модуля ГМ-7  $Calc\_K_{est}(Dif_{xy}, Dif_{yy})$ . Симметричная оценка ядра  $\hat{K}_{sim}(s_1, s_2)$  строится с помощью модуля ГМ-7  $Symmetry(K)$ .

В блоке сравнения результатов и проверки адекватности построенной модели решаются прямые задачи построения отклика объекта на заданное входное воздействие на основе вычисленных оценок ядер; выполняется сравнение экспериментальных данных и вычисленных характеристик; определяются количественные показатели соответствия экспериментальных данных и вычисленных характеристик: невязки, относительная ошибка идентификации. Блок визуализации отвечает за отображение результатов моделирования, промежуточных результатов и решения задачи идентификации в графическом виде и параллельно подключается на соответствующих этапах работы программы.

Блок вывода промежуточных и конечных результатов в численном виде, в котором отображаются количественные результаты вычислений, параллельно подключается на соответствующих этапах работы программы.

В ПВК «Идентификация динамики нелинейных объектов» представлено компактное описание вычислительного эксперимента, которое может использоваться для моделирования и идентификации переходных характеристик нелинейных динамических объектов теплоэнергетики. Эффективность работы и достоверность результатов рассматриваемого ПВК показана в гл. 3 диссертационной работы при решении задач непараметрической идентификации динамики элементов теплообменных систем. Программное обеспечение защищено свидетельствами о государственной регистрации [57; 58] (Приложение Г).

#### 4.5. Выводы

Глава посвящена реализации эффективных численных методов и алгоритмов, разработанных в ходе проведения диссертационного исследования, в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента. Программное обеспечение включает в себя авторские пакеты модулей библиотечного типа и прикладные программно-вычислительные комплексы для решения практических задач идентификации.

Разработаны прикладные пакеты модулей для реализации методов, использующихся при построении алгоритмов непараметрической идентификации: алгоритмов фильтрации зашумлённых данных, сглаживающих кубического и бикубического сплайна, алгоритмов выбора параметра сглаживания. «Пакет модулей построения сглаживающего кубического сплайна для функции одной переменной» используется в отделе измерений времени и частоты «ВНИИФТРИ» при выполнении НИР «ГЕОТЕХ-КВАНТ-Синхронизация» в задаче хронометрического нивелирования для обработки результатов частотно-временных измерений, имеющих высокий уровень шумов; в лаборатории № 3 «ИПФ» при выполнении прикладных научных исследований в рамках выполнения инициативной НИР «Снайпер-М» в части математического и программного обеспечения решения задачи устойчивого вычисления первой и второй производных по зашумлённым экспериментальным данным.

Разработаны программно-вычислительные комплексы для апробации предложенных методов и алгоритмов моделирования динамики линейных и нелинейных объектов в приложении к задачам теплоэнергетики. Комплексы программ реализуют построение Алгоритмов-1, -2, -3 и решение задач идентификации переходных характеристик теплоэнергетических объектов, и в диссертационной работе применяются для моделирования динамики элементов системы обеспечения микроклимата в помещении, динамики теплообменника и динамики конденсатора на участке пароводяного тракта электростанции. Прикладной пакет «Идентификация переходных процессов теплообмена в системе обеспечения микроклимата» используется при расчётах параметров и прогнозировании поведения характеристик элементов при различных режимах работы системы на кафедре теплогазоснабжения и вентиляции «НГАСУ (Сибстрин)».

Результаты диссертационной работы, представленные в гл. 1-3, полностью получены с помощью авторского программного обеспечения. Комплексы программ универсальны и могут использоваться при решении задач идентификации для систем и объектов теплоэнергетики. Программные средства защищены свидетельствами о государственной регистрации программ для ЭВМ.

## Заключение

В диссертационной работе предложены новые численные методы решения классических интегральных уравнений типа Вольтерра I рода. К необходимости поиска решения уравнений приводят практические задачи непараметрической идентификации динамических процессов, возникающие в теплоэнергетических системах и объектах.

**Основные результаты диссертационной работы** заключаются в следующем.

1. Построены математические модели линейных теплоэнергетических объектов на основе интегральных уравнений Вольтерра I и II рода типа свёртки и математические модели нелинейных теплоэнергетических объектов на основе квадратичного полинома Вольтерра. Выполнена проверка адекватности построенных моделей по данным натурального эксперимента и имитационного моделирования.

2. Построен алгоритм устойчивого вычисления производных первого и второго порядка от экспериментальных данных с помощью аппарата сглаживающего кубического и бикубического сплайнов и доказана эффективность данного алгоритма. Сформулированы краевые условия нового типа, позволяющие задать комбинации классических краевых условий на границах построения сплайнов.

3. Подробно рассмотрен и обоснован выбор параметра сглаживания сплайна для случаев, когда имеется или отсутствует достоверная информация о характеристиках шума измерений обрабатываемого сигнала. Модифицирован статистический критерий оптимальности для оценивания оптимального параметра сглаживания сплайна при заданной величине дисперсии шума измерений. Модифицирован метод L-кривой для оценивания оптимального параметра сглаживания сплайна при неизвестной величине дисперсии шума измерений. Для построения сглаживающего бикубического сплайна введены скалярный и векторный параметры сглаживания. Представлен статистический анализ результатов соответствующих численных экспериментов. Предложены алгоритмы оценивания оптимальных скалярного и векторного параметров сглаживания, позволяющие с приемлемой точностью вычислить оценки оптимальных параметров сглаживания.

4. Разработаны новые устойчивые алгоритмы непараметрической идентификации стационарных линейных и нелинейных динамических объектов в условиях неполной априорной информации, способные учитывать специфические особенности практических задач идентификации динамики теплоэнергетических объектов. Исследована эффективность разработанных алгоритмов и показано их применение для интерпретации натурального эксперимента в системе обеспечения микроклимата на основе построенных математических моделей.

5. Разработанные численные методы и алгоритмы реализованы в виде проблемно-ориентированных программных комплексов для проведения вычислительного эксперимента. Проведено тестирование работы программных комплексов при решении модельных и практических задач.

6. Решены практические задачи непараметрической идентификации динамики теплоэнергетических объектов по экспериментальным данным на основе разработанных алгоритмов идентификации средствами проблемно-ориентированных программных комплексов. Достоверность полученных решений доказана соответствием экспериментальных данных и результатов вычислительного эксперимента, адекватностью выбранных математических моделей теплоэнергетических объектов, использованием результатов диссертационной работы в учебном процессе и при выполнении научно-исследовательских работ.

**Дальнейшим направлением развития работы** является построение алгоритмов непараметрической идентификации нестационарных ядер квадратичных и кубических полиномов Вольтерра. Другим направлением может являться разработка средств повышения точности решений, получаемых с помощью предложенных алгоритмов, и более глубокое исследование этапов предобработки и постобработки данных. Успешное решение представленных в работе практических задач непараметрической идентификации также может обозначить одно из направлений дальнейших исследований, в частности, изучение и прогнозирование переходных процессов теплообмена для элементов систем обеспечения микроклимата, работающих в активно-реактивном режиме.

**Список сокращений и условных обозначений**

- АИ** – аномальные измерения
- БМ** – базовый модуль
- ВЕНТ** – вентилятор
- ВН** – воздухонагреватель
- ГМ** – головной модуль
- ДФФ** – дискретное преобразование Фурье
- ИПФ** – импульсная переходная функция
- ИФ** – интервальный фильтр скользящего среднего
- КУ** – краевые условия
- КФ** – комбинированный фильтр
- ЛПФ** – локально-пространственная фильтрация
- МФ** – медианный фильтр
- НИ** – нормальные измерения
- ПВК** – программно-вычислительный комплекс
- РА** – регуляризирующий алгоритм
- СБС** – сглаживающий бикубический сплайн
- СКО** – среднеквадратическая ошибка
- СКС** – сглаживающий кубический сплайн
- СОМ** – система обеспечения микроклимата
- ТП** – тестовая программа
- УСТ** – установка
- ФСС** – фильтр скользящего среднего
- ЭЭС** – электроэнергетическая система

## Список литературы

- [1] Агеев, А.Л. Метод локализации особенностей решения уравнения I рода типа свёртки со ступенчатым ядром / А.Л. Агеев, Т.В. Антонова // Изв. вузов. Мат. – 2011. – №. 7. – С. 3–12.
- [2] Агеев, А.Л. О некорректно поставленных задачах локализации особенностей / А.Л. Агеев, Т.В. Антонова // Тр. ИММ УрО РАН. – 2011. – С. 30–45.
- [3] Агеев, А.Л. Регуляризующие алгоритмы выделения разрывов в некорректных задачах / А.Л. Агеев, Т.В. Антонова // Журн. выч. мат. и мат. физ. – 2008. – С. 1362–1370.
- [4] Алексеюк, В.Э. Усовершенствованная методика идентификации математических моделей теплоэнергетического оборудования / В.Э. Алексеюк, А.С. Максимов, П.Г. Сафронов // Вестн. Ирк. гос. техн. ун-та. – 2019. – № 23 (3). – С. 503–515. DOI : 10.21285/1814-3520-2019-3-503-515.
- [5] Алифанов, О.М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов / О.М. Алифанов. – М. : Машиностроение, 1979. – 216 с.
- [6] Антипина, Е.Д. Моделирование нелинейных динамических систем с векторным входом и приложение к теплоэнергетическим объектам / Е.Д. Антипина // Сб. материалов междунар. конф. КРОМШ-2022. – 2022. – С. 42.
- [7] Апарцин, А.С. Дискретизационные методы регуляризации некоторых интегральных уравнений I рода / А.С. Апарцин // Методы численного анализа и оптимизации. – Новосибирск. – 1987. – С. 263–297.
- [8] Апарцин, А.С. Математические модели нелинейной динамики на базе рядов Вольтерра и их приложения / А.С. Апарцин, С.В. Солодуша, Э.А. Таиров // Изв. Акад. естественных наук. Мат., мат. моделирование, информ. и упр. – 1997. – Т. 1. – № 2. – С. 115–125.
- [9] Апарцин, А.С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода : теория, численные методы / А.С. Апарцин. – Новосибирск : Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1999. – 193 с.
- [10] Апарцин, А.С. Некоторые оценки решений интегральных неравенств, возникающих при идентификации моделей развивающихся систем В.М. Глушкова / А.С. Апарцин, И.Д. Гусева // Науч. отчёт. – Ирк. : СЭИ СО АН СССР, 1993. – С. 42–61.
- [11] Апарцин, А.С. Приближённое решение интегральных уравнений Вольтерра I рода методом квадратурных сумм / А.С. Апарцин, А.Б. Бакушинский // Дифференциальные и интегральные уравнения. – 1972. – Вып. I. – С. 248–258.
- [12] Апарцин, А.С. Применение моделей В.М. Глушкова для моделирования долгосрочных стратегий развития ЕЭЭС / А.С. Апарцин, А.М. Тришечкин // Тез. докл. Всесоюз. конф. «Курс-4». – 1986. – С. 17–19.

- [13] Апарцин, А.С. Теоремы существования и единственности решений уравнений Вольтерра I рода, связанных с идентификацией нелинейных динамических систем (скалярный случай) / А.С. Апарцин. – Ирк. : СЭИ СО РАН, 1995. – 30 с.
- [14] Арсенин, В.Я. О применении метода регуляризации к интегральным уравнениям I рода типа свертки / В.Я. Арсенин, Т.И. Савелова // Журн. выч. мат. и мат. физ. – 1969. – С. 1392–1396.
- [15] Арсенин, В.Я. О построении регуляризирующих операторов, близких к оптимальному, для одномерных и многомерных интегральных уравнений I рода типа свертки / В.Я. Арсенин, А.А. Тимонов // Докл. АН СССР. – 1985. – С. 1289–1293.
- [16] Арсенин, В.Я. Метод локальной регуляризации линейных операторных уравнений I рода и его приложения / В.Я. Арсенин, Ю.А. Криксин, А.А. Тимонов // Журн. выч. мат. и мат. физ. – 1988. – С. 793–808.
- [17] Аюпов, В.В. Математическое моделирование технических систем : учеб. пособие / В.В. Аюпов. – Пермь : ИПЦ «Прокрость», 2017. – 242 с.
- [18] Бакушинский, А.Б. Некоторые нестандартные регуляризирующие алгоритмы и их численная реализация / А.Б. Бакушинский, В.С. Сизиков // Журн. выч. мат. и мат. физ. – 1982. – С. 532–539.
- [19] Бахтадзе, Н.Н. Идентификация систем на пути создания общей теории идентификации объектов управления / Н.Н. Бахтадзе, К.С. Гинсберг, Л.П. Боровских // Проблемы упр. – 2015. – № 3. – С. 79–83.
- [20] Белявцев, В.Г. Адаптивные нелинейные алгоритмы локальной фильтрации векторных сигналов и изображений : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.16 / Белявцев Валерий Геннадьевич. – Новосибирск, 2000. – 121 с.
- [21] Бендат, Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М. : Мир, 1989. – 544 с.
- [22] Бобрешов, А.М. Проблемы анализа сильно нелинейных режимов электронных устройств на основе рядов Вольтерры / А.М. Бобрешов, Н.Н. Мымрикова // Вестн. ВГУ. Сер. Физ. Мат. – 2013. – № 2. – С. 15–25.
- [23] Боева, В.А. Алгоритм устойчивого обращения уравнения Вольтерра в задачах идентификации / В.А. Боева // Материалы XII Всеросс. науч.-техн. конф. «Актуальные вопр. архитектуры и строительства». – 2019. – С. 376–381.
- [24] Боева, В.А. Идентификация переходных процессов теплообмена в системе обеспечения микроклимата / В.А. Боева, Р.Ш. Мансуров // Свидетельство о гос. регистрации программ для ЭВМ № 2022616376. Правообладатели : ФГБОУ ВО «НГАСУ (Сибстрин)», В.А. Боева, Р.Ш. Мансуров. № 2022615304; заявл. 25.03.2022; зарегистр. 08.04.2022; опубл. 08.04.2022, 1 с.

- [25] Боева, В.А. Непараметрическая идентификация элементов системы терморегулирования / В.А. Боева, Ю.Е. Воскобойников, Р.Ш. Мансуров // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – Т. 81. – № 1. – С. 7–20. DOI : 10.17212/2782-2001-2021-1-7-20.
- [26] Боева, В.А. О целесообразности предварительной фильтрации зашумлённых сигналов в задачах идентификации / В.А. Боева // Инженерно-строительный вестн. Прикаспия. – 2019. – № 4 (30). – С. 141–145.
- [27] Боева, В.А. Предфильтрация шумов в задачах идентификации : статистические свойства / В.А. Боева // Тр. НГАСУ. – 2019. – Т. 22. – № 2 (72). – С. 5–19.
- [28] Боева, В.А. Эффективность локально-пространственной фильтрации зашумлённых сигналов в задачах идентификации / В.А. Боева // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2019. – № 3–4 (96). – С. 7–16. DOI : 10.17212/2307-6879-2019-3-4-7-16.
- [29] Ботороева, М.Н. Приложения и методы численного решения одного класса интегро-алгебраических уравнений с переменными пределами интегрирования / М.Н. Ботороева, М.В. Булатов // Изв. Ирк. гос. ун-та. Сер. Мат. – 2017. – Т. 20. – С. 3–16. DOI : 10.26516/1997-7670.2017.20.3.
- [30] Ботороева, М.Н. Численное решение интегро-алгебраических уравнений с переменными пределами интегрирования многошаговыми методами / М.Н. Ботороева, М.В. Булатов // Восьмая Междунар. школа-конф. «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». – 2016. – С. 36.
- [31] Брикман, М.С. Интегральные модели в современной теории управления / М.С. Брикман. – Рига : Зинатне, 1979. – 224 с.
- [32] Бронников, А.В. Нелинейные комбинированные алгоритмы фильтрации зашумлённых сигналов и изображений / А.В. Бронников, Ю.Е. Воскобойников // Автометрия. – 1990. – № 1. – С. 21–28.
- [33] Бэслер, И. О приближении нелинейных операторов полиномами Вольтерра / И. Бэслер, И.К. Даугавет // Труды Ленингр. мат. о-ва. – 1990. – № 1. – С. 53–64.
- [34] Васин, В.В. Некорректные задачи с априорной информацией / В.В. Васин, А.Л. Агеев. – Екатеринбург : Наука, 1993. – 264 с.
- [35] Васин, В.В. Приближённое решение операторных уравнений I рода / В.В. Васин, В.П. Танана // Мат. записки. – 1968. – Т. 6. – № 4. – С. 27–37.
- [36] Веников, В.А. Кибернетические модели электрических систем / В.А. Веников, О.А. Суханов. – М. : Энергоиздат, 1982. – 327 с.
- [37] Вентцель, Е.С. Теория случайных процессов и её инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Наука, 1991. – 274 с.



- [38] Верлань, А.Ф. Интегральные уравнения : методы, алгоритмы, программы : справ. пособие / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков. – Киев : Изд-во «Наукова думка», 1986. – 544 с.
- [39] Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра. – М. : Наука, 1976. – 163 с.
- [40] Вольтерра, В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений / В. Вольтерра. – М. : Наука, 1982. – 302 с.
- [41] Воскобойников, Ю.Е. Алгоритмы непараметрической идентификации сложных технических систем / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Науч. вестн. НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 47–64. DOI : 10.17212/1814-1196-2020-4-47-64.
- [42] Воскобойников, Ю.Е. Вейвлет-фильтрация сигналов и изображений (с примерами в пакете Mathcad) : моногр. / Ю.Е. Воскобойников. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2015. – 188 с.
- [43] Воскобойников, Ю.Е. Выбор параметров сглаживания бикубического сплайна в задачах непараметрической идентификации / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Современные наукоёмкие технологии. – 2022. – № 2. – С. 26–32. DOI : 10.17513/snt.39032.
- [44] Воскобойников, Ю.Е. Выбор параметра сглаживающего кубического сплайна при неизвестных характеристиках шума измерений / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Современные наукоёмкие технологии. – 2021. – № 4. – С. 25–29. DOI : 10.17513/snt.38729.
- [45] Воскобойников, Ю.Е. Deskриптивное сглаживание сигнала в одном алгоритме непараметрической идентификации технических систем / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Современные наукоёмкие технологии. – 2020. – № 7. – С. 24–28. DOI : 10.17513/snt.38128.
- [46] Воскобойников, Ю.Е. Идентификация квадратичного ядра уравнения Вольтерра для моделирования нелинейных динамических систем / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Системы анализа и обработки данных. – 2022. – Т. 85. – № 1. – С. 25–40. DOI : 10.17212/2782-2001-2022-1-25-40.
- [47] Воскобойников, Ю.Е. Исследование эффективности префилтрации выходного сигнала при непараметрической идентификации / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Автоматика и программная инженерия. – 2018. – № 4 (26). – С. 67–76.
- [48] Воскобойников, Ю.Е. Исследования эффективности использования сглаживающих кубических сплайнов в задачах непараметрической идентификации / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Автоматика и программная инженерия. – 2019. – № 4 (30). – С. 58–64.

- [49] Воскобойников, Ю.Е. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике / Ю.Е. Воскобойников, Н.Г. Преображенский, А.И. Седельников. – Новосибирск : Наука, 1984. – 238 с.
- [50] Воскобойников, Ю.Е. Метод L-кривой для оценивания оптимального параметра сглаживающего кубического сплайна / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Междунар. науч.-исследовательский журн. – 2021. – № 11 (113). – Ч. 1. – С. 6–13.  
DOI : 10.23670/IRJ.2021.113.11.003.
- [51] Воскобойников, Ю.Е. Новый устойчивый алгоритм непараметрической идентификации технических систем / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Современные наукоёмкие технологии. – 2019. – № 5. – С. 44–50.
- [52] Воскобойников, Ю.Е. Основы построения экономических моделей в Excel / Ю.Е. Воскобойников, И.Н. Мухина. – СПб. : Изд-во «Лань», 2021. – 228 с.
- [53] Воскобойников, Ю.Е. Оценивание оптимальных параметров одного класса мультипликативных алгоритмов вейвлет-фильтрации изображений / Ю.Е. Воскобойников // Автометрия. – 2017. – Т. 53. – № 4. – С. 112–119.  
DOI : 10.15372/AUT20170413.
- [54] Воскобойников, Ю.Е. Оценивание оптимальных скалярного и векторного параметров сглаживающего бикубического сплайна / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Междунар. науч.-исследовательский журн. – 2022. – № 4 (118). – Ч. 1. – С. 31–39.  
DOI : 10.23670/IRJ.2022.118.4.006.
- [55] Воскобойников, Ю.Е. Оценивание характеристик шума измерения в модели «сигнал + шум» / Ю.Е. Воскобойников, Д.А. Крысов // Автоматика и программная инженерия. – 2018. – № 3 (25). – С. 54–61.
- [56] Воскобойников, Ю.Е. Пакет модулей локально-пространственной фильтрации для функций одной и двух переменных / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Свидетельство о гос. регистрации программ для ЭВМ № 2021669414. Правообладатели : ФГБОУ ВО «НГАСУ (Сибстрин)», Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева. № 2021668686; заявл. 19.11.2021; зарегистр. 29.11.2021; опубл. 29.11.2021, 1 с.
- [57] Воскобойников, Ю.Е. Пакет модулей фильтрации сглаживающими бикубическими сплайнами для функции двух переменных / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Свидетельство о гос. регистрации программ для ЭВМ № 2022616377. Правообладатели : ФГБОУ ВО «НГАСУ (Сибстрин)», Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева. № 2022615282; заявл. 25.03.2022; зарегистр. 08.04.2022; опубл. 08.04.2022, 1 с.
- [58] Воскобойников, Ю.Е. Пакет модулей фильтрации сглаживающими кубическими сплайнами для функции одной переменной / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Свидетельство

о гос. регистрации программ для ЭВМ № 2021669320. Правообладатели : ФГБОУ ВО «НГАСУ (Сибстрин)», Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева. № 2021668684; заявл. 19.11.2021; зарегистр. 26.11.2021; опубл. 26.11.2021, 1 с.

[59] Воскобойников, Ю.Е. Регуляризирующий алгоритм непараметрической идентификации при неточных исходных данных / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Литасов // Науч. вестн. НГТУ. – 2005. – № 2 (20). – С. 33–45.

[60] Воскобойников, Ю.Е. Робастный алгоритм непараметрической идентификации технических систем / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Современные наукоёмкие технологии. – 2019. – № 11. – С. 38–42.

[61] Воскобойников, Ю.Е. Теория вероятностей и математическая статистика (с примерами в Excel) : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, Т.Т. Баланчук. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2013. – 200 с.

[62] Воскобойников, Ю.Е. Устойчивый алгоритм вычисления смешанных производных в задачах непараметрической идентификации нелинейных систем / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Современные наукоёмкие технологии. – 2021. – № 4. – С. 25–29. DOI : 10.17513/snt.38610.

[63] Воскобойников, Ю.Е. Устойчивые алгоритмы непараметрической идентификации динамических систем : моногр. / Ю.Е. Воскобойников. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2019. – 156 с.

[64] Воскобойников, Ю.Е. Устойчивые алгоритмы решения обратных измерительных задач : моногр. / Ю.Е. Воскобойников. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2007. – 184 с.

[65] Воскобойников, Ю.Е. Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации при наличии аномальных измерений / Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева // Выч. технологии. – 2020. – Т. 25. – № 3. – С. 46–53. DOI : 10.25743/ICT.2020.25.3.006.

[66] Воскобойников, Ю.Е. Фильтрация сигналов и изображений : фурье и вейвлет алгоритмы : моногр. / Ю.Е. Воскобойников, А.В. Гочаков, А.Б. Колкер. – Новосибирск : Изд-во НГАСУ (Сибстрин), 2010. – 188 с.

[67] Воскобойников, Ю.Е. Численная реализация и сравнение четырёх способов выбора параметра регуляризации в устойчивых алгоритмах деконволюции / Ю.Е. Воскобойников // Науч. вестн. НГТУ. – 2004. – № 2 (17). – С. 27–44.

[68] Востриков, А.С. Теория автоматического регулирования : учеб. пособие / А.С. Востриков, Г.А. Французова. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2003. – 279 с.

[69] Галин, Н.М. Метод решения нелинейных задач теплообмена с применением функциональных рядов Вольтерра / Н.М. Галин, Ф.И. Зябиров // Гидродинамика и теплообмен в однофазных и двухфазных потоках. – 1987. – С. 34–48.

- [70] Гамм, А.З. Робастные методы оценивания состояния электроэнергетических систем и их реализация с помощью генетических алгоритмов / А.З. Гамм, И.Н. Колосок, Р.А. Заика // *Электричество*. – 2005. – № 10. – С. 2–8.
- [71] Глушков, В.М. Об одном классе динамических макроэкономических моделей / В.М. Глушков // *Упр. системы и машины*. – 1977. – № 2. – С. 3–6.
- [72] Глушков, В.М. О новом классе динамических моделей и его применении в биологии / В.М. Глушков, В.В. Иванов, В.М. Яненко // *Кибернетика*. – 1979. – № 4. – С. 133–141.
- [73] Гончарский, А.В. Численные методы решения обратных задач астрофизики / А.В. Гончарский, А.М. Черепашук, А.Г. Ягола. – М. : Наука, 1978. – 336 с.
- [74] Гочаков, А.В. Квазиоптимальный алгоритм фильтрации коэффициентов вейвлет-разложения при сжатии сигнала / А.В. Гочаков // *Труды НГАСУ*. – 2009. – № 2 (45). – С. 77–83.
- [75] Гутников, В.С. Фильтрация измерительных сигналов / В.С. Гутников. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.
- [76] Давиденко, К.Я. Представление и реализация функционалов в управляющих вычислительных машинах методом разложения в ряд Вольтерра / К.Я. Давиденко // *Вопр. машинной кибернетики*. – 1973. – С. 42–47.
- [77] Данилов, Л.В. Теория нелинейных электрических цепей / Л.В. Данилов, П.Н. Матханов, Е.С. Филлипов. – Л. : Энергоиздат, 1990. – 252 с.
- [78] Дейч, А.М. Методы идентификации динамических систем / А.М. Дейч. – М. : Энергия, 1979. – 240 с.
- [79] Деканова, Н.П. Обнаружение плохих измерений параметров функционирования ТЭЦ / Н.П. Деканова, А.В. Михеев // *Вестн. ИрГТУ*. – 2019. – Т. 23. – № 3. – С. 503–515.
- [80] Денисов, А.М. Введение в теорию обратных задач : учеб. пособие / А.М. Денисов. – М. : МГУ, 1994. – 208 с.
- [81] Дилигенская, А.Н. Идентификация объектов управления : учеб. пособие. – Самара : СГТУ, 2009. – 136 с.
- [82] Дисперсионная идентификация / под ред. Н.С. Райбмана. – М. : Наука, 1981. – 336 с.
- [83] Дремин, И.М. Вейвлеты и их применение / И.М. Дремин, О.В. Иванов, В.А. Нечитайло // *Успехи физ. наук*. – 2001. – Т. 171. – С. 465–501.
- [84] Жуковский, Е.Л. Метод наименьших квадратов для вырожденных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений / Е.Л. Жуковский // *ЖВМиМФ*. – 1977. – Т. 17. – № 4. – С. 814–827.

- [85] Завьялов, Ю.С. Методы сплайн-функций / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко. – М. : Наука, 1980. – 345 с.
- [86] Иванов, В.К. Теория линейных некорректных задач и её приложения / В.К. Иванов, В.В. Васин, В.П. Танана. – М. : Наука, 1978. – 206 с.
- [87] Иванов, В.К. О линейных некорректных задачах / В.К. Иванов // Докл. АН СССР. – 1962. – Т. 145. – № 2. – С. 270–272.
- [88] Иерархическое моделирование систем энергетики / под ред. Н.И. Воропай, В.А. Стенников. – Новосибирск : Акад. изд-во «Гео», 2020. – 314 с. DOI : 10.21782/B978-5-6043021-9-4.
- [89] Иерархия в больших системах энергетики : тр. симп. – Ирк. : СЭИ СО АН СССР, 1978. – Т. 1. – 278 с. – Т. 2. – 272 с.
- [90] Интегральные модели для разработки стратегии технического перевооружения генерирующих мощностей / В.В. Труфанов [и др.] // Электричество. – 2007. – № 3. – С. 4–11.
- [91] Кабанихин, С.И. Обратные задачи естествознания / С.И. Кабанихин // Журн. выч. мат. и мат. физ. – 2020. – С. 935–938.
- [92] Кабанихин, С.И. Обратные и некорректные задачи / С.И. Кабанихин. – Новосибирск : Сибирское науч. изд-во, 2009. – 457 с.
- [93] Каминкас, В. Идентификация динамических систем по дискретным наблюдениям / В. Каминкас. – Вильнюс : «Мокслас», 1985. – 152 с.
- [94] Кандидов, В.П. Дискретное преобразование Фурье : учеб. пособие / В.П. Кандидов, С.С. Чесноков, С.А. Шленов. – М. : физ. фак. МГУ, 2019. – 88 с.
- [95] Канторович, Л.В. Экономический расчёт наилучшего использования ресурсов / Л.В. Канторович. – Изд-во Акад. наук СССР, 1959. – 350 с.
- [96] Караулова, И.В. Применение интегральных моделей для исследования стратегий обновления генерирующих мощностей в электроэнергетике : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.18 / Караулова Инна Владимировна. – Иркутск, 2006. – 112 с.
- [97] Килин, Г.А. Структурно-параметрическая идентификация модели газотурбинной установки на основе генетического алгоритма / Г.А. Килин, К.А. Один, Б.В. Кавалеров // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 11–7. – С. 1480–1484.
- [98] Клер, А.М. Задачи оптимизации при оперативном управлении режимами работы ТЭЦ / А.М. Клер, Н.П. Деканова, А.В. Михеев // Методы оптимизации и их приложения : тез. докл. 10-й Байкальской школы-семинара. – 1995. – С. 80–84.
- [99] Клер, А.М. Повышение точности идентификации параметров математических моделей существующего теплоэнергетического оборудования / А.М. Клер, В.Э. Алексеюк // Науч. вестн. НГТУ. – 2019. – Т. 76. – № 3. – С. 57–76.

- [100] Коплярова, Н.В. Алгоритм идентификации систем класса Винера / Н.В. Коплярова // Вестн. СибГАУ. – 2014. – № 5 (57). – С. 67–77.
- [101] Корпусов, М.О. Разрушения в неклассических нелокальных уравнениях / М.О. Корпусов. – М. : Либерком, 2011. – 378 с.
- [102] Кувшинов, Ю.Я. Основы обеспечения микроклимата зданий : учеб. пособие / Ю.Я. Кувшинов, О.Д. Самарин. – М., 2012. – 200 с.
- [103] Лаврентьев, М.М. Линейные операторы и некорректные задачи / М.М. Лаврентьев, Л.Я. Савельев. – М. : Наука, 1991. – 331 с.
- [104] Лаврентьев, М.М. Некорректные задачи математической физики и анализа / М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов, С.П. Шишатский. – М. : Наука, 1980. – 285 с.
- [105] Лаврентьев, М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики / М.М. Лаврентьев. – Новосибирск : Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.
- [106] Леонов, А.С. Можно ли решить некорректно поставленную задачу без знания погрешностей данных? / А.С. Леонов, А.Г. Ягола // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физ., астрономия. – 1995. – № 4. – С. 28–32.
- [107] Лэм, Г. Аналоговые и цифровые фильтры / Г. Лэм. – М. : Мир, 1982. – 592 с.
- [108] Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг. – М. : Наука, 1991. – 431 с.
- [109] Маас, С. Что надо знать о методе анализа на основе рядов Вольтерра / С. Маас // Инженерная микроэлектроника. – 2000. – № 1. – С. 45–51.
- [110] Мандельштам, Л.И. Полное собрание трудов в 5-ти т. Т. I : 1902–1944 / Л.И. Мандельштам (под. ред. С.М. Рытова). – М. : Изд-во АН СССР, 1948. – 352 с.
- [111] Мансуров, Р.Ш. Альтернативный способ сокращения длительности переходных процессов в системах обеспечения микроклимата / Р.Ш. Мансуров // В сб. : Инвестиции, градостроительство, недвижимость как драйверы социально-экономического развития территории и повышения качества жизни населения. Материалы XI Междунар. науч.-практич. конф. В 2-ч ч. Под ред. Т.Ю. Овсянниковой, И.Р. Салагор. – 2021. – С. 517–522.
- [112] Мансуров, Р.Ш. Анализ переходных процессов в элементах систем обеспечения микроклимата / Р.Ш. Мансуров // Приволжский науч. журн. – 2014. – № 2 (30). – С. 109–115.
- [113] Мансуров, Р.Ш. Идентификация виртуальных моделей элементов систем обеспечения микроклимата при нагреве приточного воздуха / Р.Ш. Мансуров // Качество внутреннего воздуха и окружающей среды : сб. материалов X Междунар. науч. конф. – 2012. – С. 192.
- [114] Мансуров, Р.Ш. Интеллектуализация управления системами формирования микроклимата помещений / Р.Ш. Мансуров, Ю.Я. Кувшинов // Изв. Кабардино-Балкарского науч. центра РАН. – 2012. – № 2. – С. 85–93.

- [115] Мансуров, Р.Ш. Интеллектуальная система управления процессами формирования микроклимата помещений / Р.Ш. Мансуров, Ю.Я. Кувшинов // Вентиляция, отопление, кондиционирование воздуха, теплоснабжение и строительная физ. (АВОК). – 2011. – № 8. – С. 58.
- [116] Мансуров, Р.Ш. Переходные процессы в системе нагреватель-вентилятор при изменении режима работы вентилятора / Р.Ш. Мансуров, В.Я. Рудяк // Изв. вузов. Строительство. – 2019. – № 3. – С. 50–63.
- [117] Мансуров, Р.Ш. Термодинамические процессы в элементах систем обеспечения микроклимата / Р.Ш. Мансуров // Сантехника, отопление, кондиционирование. – 2014. – № 1 (145). – С. 90–93.
- [118] Мансуров, Р.Ш. Экспериментальное изучение переходных процессов в системе нагреватель-вентилятор-помещение / Р.Ш. Мансуров, В.Я. Рудяк // Изв. вузов. Строительство. – 2018. – № 10. – С. 37–50.
- [119] Мансуров, Р.Ш. Экспериментальное исследование переходных процессов в системах обеспечения микроклимата / Р.Ш. Мансуров // Вестн. МГСУ. – 2011. – № 7. – С. 383–387.
- [120] Маркова, Е.В. Численные методы решения неклассических линейных уравнений Вольтерра I рода и их приложения : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук : 05.13.16 / Маркова Евгения Владимировна. – Иркутск : ИГУ, 1999. – 18 с.
- [121] Массель, Л.В. Эволюция технологий исследований энергетики и применения их результатов : от математических моделей и компьютерных программ к цифровым двойникам и цифровым образам / Л.В. Массель, А.Г. Массель, А.Н. Копайгородский // Информ. и мат. технологии в науке и упр. – 2019. – № 4 (16). – С. 5–19.
- [122] Математические задачи энергетики (модели, методы, решения) : науч. отчёт / Е.Г. Анциферов [и др.]. – Иркут. : СЭИ СО АН СССР, 1987. – 286 с.
- [123] Мелентьев, Л.А. Исходные положения формирования теории управления большими системами энергетики / Л.А. Мелентьев // Оптимизация и упр. в больших системах энергетики. – 1970. – Т. 1. – С. 9–34.
- [124] Менихес, Л.Д. Конечномерная аппроксимация в методе М.М. Лаврентьева / Л.Д. Менихес, В.П. Танана // Сибирский журн. выч. мат. – 1998. – Т. 1. – № 1. – С. 56–66.
- [125] Меньшиков, Б.Н. Нелинейная эхокомпенсация на базе адаптивного полиномиального фильтра Вольтерра с динамически перестраиваемой структурой / Б.Н. Меньшиков, А.Л. Приоров // Цифровая обработка сигналов. – 2006. – № 3. – С. 11–23.



- [126] Михеев, А.В. Оценивание состояния и идентификация параметров парового котла ТП-81 (ТЭЦ-9) // Системные исследования в энергетике : тр. молодых учёных ИСЭМ СО РАН. – 1999. – Вып. 29. – С. 143–148.
- [127] Морозов, В.А. Методы регуляризации неустойчивых задач / В.А. Морозов. – М. : Изд-во МГУ, 1987. – 216 с.
- [128] Муфтахов, И.Р. Модели Вольтерра накопителей энергии в системах с возобновляемой генерацией : численные методы и приложения : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.18 / Муфтахов Ильдар Ринатович. – Ирк., 2021. – 111 с.
- [129] Мухин, Р.Р. Из истории теории динамических систем : проблема классификации / Р.Р. Мухин // Изв. вузов. ПНД. – 2019. – Т. 27. – Вып. 5. – С. 95–112. DOI : 10.18500/0869-6632-2019-27-5-95-112.
- [130] Назаровская ГРЭС [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://sibgenco.ru/about/company/generation/nazarovskaya-gres/> (Дата обращения 07.01.2021).
- [131] Никулин, Е.А. Основы теории автоматического управления. Частотные методы анализа и синтеза систем : учеб. пособие для ВУЗов / Е.А. Никулин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 640 с.
- [132] Новиков, С.П. Практическая идентификация динамических характеристик объектов управления теплоэнергетического оборудования / С.П. Новиков. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2004. – 64 с.
- [133] Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике / А.Г. Ягола [и др.]. – М. : Бинум, 2014. – 218 с.
- [134] О моделировании развития электроэнергетических систем с помощью интегральных моделей / И.В. Караулова [и др.] // Сб. науч. тр. «Методы исследования и моделирования техн., социальных и природных систем». – 2003. – С. 62–77.
- [135] Определение вероятности времени развития инфаркта миокарда у больных сахарным диабетом 2 типа / Н.Г. Ложкина [и др.] // Атеросклероз. – 2021. – Т. 17. – № 2. – С. 12–21.
- [136] О решении проблемы восстановления изображения в ЯМР-томографии / Тихонов А.Н. [и др.]. – ДАН СССР, 1982. – 846 с.
- [137] Основы теории систем и системного анализа [Электронный ресурс] / Б.Г. Ильясов [и др.] // Уфимский гос. авиационный техн. ун-т (УГАТУ) : под ред. Б.Г. Ильясова. – Уфа : УГАТУ, 2014.
- [138] Павленко, В.Д. Идентификация в виде ядер Вольтерра вентильно-реактивного двигателя для целей диагностики / В.Д. Павленко, З.П. Процына // Электромашинобудовання та



электрообладнання. Тематичний випуск : Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика : Міжвідомчий н. – 2006. – Вип. 66. – С. 354–355.

[139] Панфёров, В.И. Динамическая модель отопительных приборов и систем / В.И. Панфёров, С.В. Панфёров // Вестн. Юж.-Урал. гос. ун-та. Сер. : Комп. технологии, упр., радиоэлектроника. – 2015. – Т. 15. – № 2. – С. 75–82.

[140] Попков, Ю.С. Анализ нелинейных систем, описываемых рядом Вольтерра / К.Ш. Асаубаев, А.И. Баркин, Ю.С. Попков // Автоматика и телемеханика. – 1976. – № 11. – С. 5–15.

[141] Попков, Ю.С. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем / Ю.С. Попков. – М. : Энергия, 1976. – 440 с.

[142] Применение интегральных уравнений Вольтерра для моделирования стратегий технического перевооружения электроэнергетики / А.С. Апарцин [и др.] // Электричество. – 2005. – № 10. – С. 69–75.

[143] Применение интегро-степенных рядов Вольтерра к моделированию динамики теплообменников / А.С. Апарцин [и др.] // Изв. РАН. Энергетика. – 1994. – № 3. – С. 138–145.

[144] Протасов, В.Ю. Синусоида и фрактал : элементы теории обработки сигналов и теории всплесков / В.Ю. Протасов. – М. : МЦНМО, 2020. – 120 с.

[145] Пыжов, В.К. О целесообразности применения централизованного теплоснабжения при создании микроклимата системами кондиционирования / В.К. Пыжов, А.В. Коновалов, Н.Н. Смирнов // Состояние и перспективы развития электро- и теплотехнологии (XIX Бернадосовские чтения). Материалы Междунар. науч.-техн. конф., посвящ. 175-летию со дня рождения Н.Н. Бенардоса. – 2017. – С. 358–363.

[146] Райбман, Н.С. Идентификация объектов управления / Н.С. Райбман // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 6. – С. 80–93.

[147] Раскина, А.В. Непараметрические алгоритмы идентификации и дуального управления динамическими объектами : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.01 / Раскина Анастасия Владимировна. – Красноярск, 2018. – 122 с.

[148] Сидоров, Д.Н. Методы анализа интегральных динамических моделей : теория и приложения : моногр. / Д.Н. Сидоров. – Ирк. : Изд-во ИГУ, 2013. – 294 с.

[149] Сидоров, Д.Н. Моделирование нелинейных динамических систем рядами Вольтерра: идентификация и приложение : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 05.13.16 / Сидоров Денис Николаевич. – Ирк. : ИСЭМ СО РАН, 1999. – 150 с.

[150] Сизиков, В.С. Математические методы обработки результатов измерений / В.С. Сизиков. – СПб. : Политехника, 2001. – 240 с.

- [151] Сизиков, В.С. О построении моделей галактик по профилям линии 21 см нейтрального водорода. I. Редукции профилей / В.С. Сизиков // *Астрономический журн.* – 1970. – № 47. – Вып. 4. – С. 140–147.
- [152] Сизиков, В.С. Применение метода интегрального уравнения в задаче углового разрешения сигналов / В.С. Сизиков // *Вопр. Судостроения. Сер. Общестехн.* – 1981. – Вып. 60. – С. 34–38.
- [153] Сизиков, В.С. Устойчивые методы обработки результатов измерений : учеб. пособие / В.С. Сизиков. – СПб. : СпецЛит, 1999. – 240 с.
- [154] Системные исследования в энергетике : ретроспектива научных направлений СЭИ-ИСЭМ / отв. ред. Н.И. Воропай. – Новосибирск : Наука, 2010. – 686 с.
- [155] Солодуша, С.В. Квадратичные и кубические полиномы Вольтерра : идентификация и приложение / С.В. Солодуша // *Вестн. СПбГУ. Прикл. мат. Информ. Проц. упр.* – 2018. – № 2.
- [156] Солодуша, С.В. К задаче моделирования динамики теплообменников квадратичными полиномами Вольтерра / С.В. Солодуша // *Автоматика и телемеханика.* – 2014. – № 1. – С. 105–114.
- [157] Солодуша, С.В. Методика построения интегральных моделей динамических систем : алгоритмы и приложения в энергетике : дис. ... д-ра техн. наук : 05.13.18 / Солодуша Светлана Витальевна. – Ирк., 2018. – 353 с.
- [158] Солодуша, С.В. Построение интегральной модели на примере динамики ветроэнергетической установки / С.В. Солодуша, Д.О. Герасимов, К.В. Суслов // *Вестн. ЮУрГУ. Сер. Мат. моделирование и программирование.* – 2015. – Т. 8. – № 4. – С. 40–49.
- [159] Солодуша, С.В. Приложение нелинейных уравнений Вольтерра I рода к задаче управления динамикой теплообмена / С.В. Солодуша // *Автоматика и телемеханика.* – 2011. – № 6. – С. 133–140.
- [160] Солодуша, С.В. Численное моделирование динамики теплообмена модифицированным квадратичным полиномом Вольтерры / С.В. Солодуша // *Выч. технологии.* – 2013. – Т. 18. – № 2. – С. 84–94.
- [161] Спиридонов, А.В. Применение сглаживающих сплайнов для фильтрации сильно зашумлённых сигналов / А.В. Спиридонов, И.В. Тиме // *Автоматика и телемеханика.* – 1998. – Вып. 7. – С. 75–82.
- [162] Таиров, Э.А. Нелинейное моделирование динамики теплообмена в канале с однофазным теплоносителем / Э.А. Таиров, В.В. Запов // *Изв. Академии наук СССР. Энергетика и транспорт* – 1989. – № 1. – С. 150–156.

- [163] Танана, В.П. Об оптимальном по порядку методе решения условно-корректных задач / В.П. Танана, Н.М. Япарова // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2006. – Т. 9. – № 4. – С. 154–168.
- [164] Танана, В.П. О сведении обратной граничной задачи к последовательному решению двух некорректных задач / В.П. Танана // Сибирский журн. выч. мат. – 2020. – С. 219–232.
- [165] Термозкономическая оптимизация системы теплоснабжения и теплозащиты сооружения вычислительного центра / Д.А. Авсюкевич [и др.] // Тр. Воен.-космич. Акад. им. А.Ф. Можайского. – 2015. – Вып. 649. – С. 6–15.
- [166] Теоретические основы системных исследований в энергетике / отв. ред. Л.С. Беляев, Ю.Н. Руденко. – Новосибирск : Наука, 1986. – 335 с.
- [167] Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Теория нестационарных, нелинейных и самонастраивающихся систем автоматического регулирования / под ред. В.В. Солодовникова. – М. : Машиностроение, 1969. – Ч. II. – 368 с.
- [168] Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М. : Наука, 1986. – 285 с.
- [169] Тихонов, А.Н. Нелинейные некорректные задачи / А.Н. Тихонов, А.С. Леонов, А.Г. Ягола. – М. : Наука, 1995. – 312 с.
- [170] Тихонов, А.Н. О регуляризации некорректно поставленных задач / А.Н. Тихонов // Докл. АН СССР. – 1963. – Т. 153. – № 1. – С. 49–52.
- [171] Тихонов, А.Н. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация / А.Н. Тихонов, А.В. Гончарский, В.В. Степанов. – М. : Наука, 1988. – 198 с.
- [172] Тихонов, А.Н. Численные методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, А.В. Гончарский, В.В. Степанов. – М. : Наука, 1990. – 231 с.
- [173] Турчин В.Ф. Применение статистической регуляризации к определению вертикального профиля температуры атмосферы / В.Ф. Турчин, М.С. Малкевич, И.А. Горчакова // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. – 1969. – № 5. – С. 449–456.
- [174] Фактор неопределённости при принятии оптимальных решений в больших системах энергетики : тр. симп. – Ирк. : СЭИ СО АН СССР, 1974. – Т. 1. – 253 с. – Т. 2. – 184 с. – Т. 3. – 166 с.
- [175] Хермен, Г. Восстановление изображений по проекциям : основы реконструктивной томографии / Г. Хермен. – М. : Мир, 1983. – 352 с.
- [176] Хромова, Г.В. О регуляризации одного класса интегральных уравнений I рода / Г.В. Хромова // Журн. выч. мат. и мат. физ. – 2005. – С. 1810–1817.
- [177] Хуанг, Т.С. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Т.С. Хуанг. – М. : Радио и связь, 1984. – 340 с.

- [178] Цыпкин, Я.З. Информационная теория идентификации / Я.З. Цыпкин. – М. : Наука, 1995. – 336 с.
- [179] Численное решение задачи управления развитием электроэнергетической системы / Д.В. Иванов [и др.] // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 3. – С. 125–136.
- [180] Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров и состояния / П. Эйкхофф. – М. : Мир, 1975. – 681 с.
- [181] Экспериментальное определение передаточной функции электродного водонагревателя по его кривой разгона / А.А. Багаев [и др.] // Вестн. Алт. гос. аграр. ун-та. – 2013. – № 5 (103). – С. 114–118.
- [182] Япарова, Н.М. О точности численных методов решения уравнений Вольтерра I рода в задачах теплопереноса / Н.М. Япарова, С.В. Солодуша // Вестн. Юж.-Урал. гос. ун-та. Сер. : Комп. технологии, упр., радиоэлектроника. – 2019. – Т. 19. – № 1. – С. 20–29.
- [183] Ясин, А.С. Фильтрация зашумлённых сигналов и изображений с применением вейвлет-преобразования : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.04.03 / Ясин Алаулдин Салах Ясин. – Саратов, 2016. – 121 с.
- [184] Anikonov, Yu.E. Inverse problems for kinetic and other evolution equations / Yu.E. Anikonov. – VSP, Utrecht, The Netherland, 2001. – 286 p.
- [185] Apartsyn, A.S. Mathematical modelling of the dynamic systems and objects with the help of the Volterra integral series / A.S. Apartsyn // EPRI-SEI Joint Seminar. – 1991. – P. 117–132.
- [186] Apartsyn, A.S. Mathematical simulation of nonlinear dynamic systems by Volterra series / A.S. Apartsyn, S.V. Solodusha // Eng. Simulation. – 2000. – Vol. 17. – No. 2. – P. 143–153.
- [187] Bruce, A.G. Waveshrink with firm shrinkage / A.G. Bruce, H.-Y. Gao // Statistica Sinica. – 1997. – Vol. 4. – No. 6. – P. 855–874.
- [188] Cultrera, A. A simple algorithm to find the L-curve corner in the regularization of ill-posed inverse problems / A. Cultrera, L. Callegaro // IOP SciNotes. – 2020. – Vol. 1. – No. 2. – P. 32–39.
- [189] Engl, H.W. A regularization of inverse problems / H.W. Engl, M. Hanke, A. Neubauer. – Kluwer Acad. Publ., 2000. – 383 p.
- [190] Franz, M. A unifying view of Wiener and Volterra theory and polynomial kernel regression / M. Franz, B. Schölkopf // Neural Comp. – 2006. – Vol. 18. – P. 3097–3118.
- [191] Frechet, M. Sur les fonctionnelles continues / M. Frechet // Ann. de l'Ecole Normale Sup. – 1910. – Vol. 27. – P. 193–216.
- [192] Gabbasov, N.S. On numerical solution of one class of integro-differential equations in a special case / N.S. Gabbasov // Comp. Math. and Math. Phys. – 2020. – No. 60. – P. 1666–1678. DOI : 10/1134/S0965542520090092.

- [193] Gao, H.-Y. Wavelet shrinkage denoising the non-negative garrote / H.-Y. Gao // *J. of Comp. and Graphical Statistics*. – 1998. – Vol. 7. – No. 4. – P. 469–488.
- [194] Greblicki, W. Nonparametric system identification / W. Greblicki, M. Pawlak. – Cambridge University Press, 2008. – 400 p.
- [195] Haar, A. Zur theorie der orthogonalen funktionen-systeme / A. Haar // *Math. Annalen*. – 1910. – Vol. 69. – P. 331–371.
- [196] Hadamard, J. Le probleme de Cauchy et les equations aux derives particlee lineaires hyperbolique / J. Hadamard. – Paris : Hermann, 1932.
- [197] Hansen, P.C. The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems / P.C. Hansen // In book : *Comp. Inverse Probl. in Electrocardiology*. – 2021. – P. 119–142.
- [198] Hritonenko, N.V. Modeling and optimization of the lifetime technologies / N.V. Hritonenko, Yu.P. Yatsenko. – Holland : Kluwer Acad. Publ., 1999. – 249 p.
- [199] Identification of quadratic Volterra polynomials in the “input–output” models of nonlinear systems / Y. Voscoboynikov [et al.] // *Mathematics* 10. – 2022. – No. 11 : 1836. DOI : <https://doi.org/10.3390/math10111836>.
- [200] Integral equation models for image restoration : high accuracy methods and fast algorithms / Y. Lu [et al.] // *Inverse Probl.* – 2010. – No. 26. – P. 1–32.
- [201] Jiang, S.-S. Noise updating repeated Wiener filter and other adaptive noise smoothing filters using local image statistics / S.-S. Jiang, A.A. Sawchuk // *Appl. Optics*. – 1986. – Vol. 25. – No. 14. – P. 2326–2337.
- [202] Kekatos, V. Sparse Volterra and polynomial regression models : recoverability and estimation / V. Kekatos, G. B. Giannakis // *IEEE Trans. on Signal Proc.* – 2011. – Vol. 59. – No. 12. – P. 5907–5920.
- [203] Kellerman, W. Nonlinear line echo cancellation using a simplified second order Volterra filter / W. Kellerman // *Int. Conf. on Acoustic, Speech, and Signal Proc.* – 2002. – P. 2508–2511.
- [204] Kerkri, A. The L-curve criterion as a model selection tool in PLS regression / A. Kerkri, J. Allal, Z. Zarrouk // *J. of Probability and Statistics*. – 2019. – Vol. 58. – No. 8. – P. 43–54. DOI : [doi.org/10.1155/2019/3129769](https://doi.org/10.1155/2019/3129769).
- [205] Kler, A.M. High-speed mathematical models of cogeneration steam turbines : optimization of operation in heat and power plants / A.M. Kler, A.S. Maximov, E.L. Stepanova // *Thermophys. and Aeromech.* – 2006. – Vol. 13. – No. 1. – P. 143–150.
- [206] Kler, A.M. Optimizing the operating modes of cogeneration stations taking actual state of main equipment into account / A.M. Kler, A.S. Maximov, E.L. Stepanova // *Therm. Eng.* – 2009. – Vol. 56. – No. 6. – P. 500–505.

- [207] Li, K. Non-instructive reduced-order modeling of parameterized electromagnetic scattering problems using cubic spline interpolation / K. Li, T.-Z. Huang, L. Li // *J. of Scientific Comp.* – 2021. – No. 87. – P. 52. DOI : 10.1007/s10915-021-01467-2.
- [208] Lomov, A.A. Comparison of parameter identification methods for linear dynamic systems under mixed noise / A.A. Lomov, A.V. Fedoseev // *J. of Math. Sciences.* – 2021. – No. 253. – P. 407–418. DOI : 10.1007/s10958-021-05238-0.
- [209] Maas, S. FET Models for Volterra Series Analysis / S. Maas // *Microwaves and RF.* – 1999. – Vol. 38. – No. 5. – P. 55–60.
- [210] Mallat, S.G. A theory of multiresolution signal decomposition : the wavelet representation / S.G. Mallat // *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* – 1989. – Vol. 11. – No. 9. – P. 674–693.
- [211] Mansurov, R.Sh. A theoretical and experimental study of transient characteristics of the heat exchange in a thermal control system / R.Sh. Mansurov, Yu.E. Voskoboinikov, V.A. Boeva // *Vestnik MGSU.* – 2021. – Vol. 16. – Iss. 6. – P. 720–729. DOI : 10.22227/1997-0935.2021.6.720-729.
- [212] Mariati, Ni P.A.M. The application of mixed smoothing spline and Fourier series model in nonparametric regression / Ni P.A.M. Mariati, I.N. Budiantara, V. Ratnasari // *Symmetry.* – 2021. – Vol. 13. – No. 11. – P. 2094. DOI : 10.3390/sym13112094.
- [213] Mehta, M.L. Eigenvalues and eigenvectors of the finite Fourier transform / M.L. Mehta // *J. Math. Phys.* – 1986. – Vol. 28. – Iss. 4. – P. 781–785. DOI : 10.1063/1.527619.
- [214] Meyer, Y. Wavelets and operators / Y. Meyer. – Cambridge : Cambridge University Press, 1993.
- [215] Morkun, V. Model synthesis of nonlinear nonstationary dynamical systems in concentrating production using Volterra kernel transformation / V. Morkun, N. Morkun, V. Tron // *Metallurgical and Mining Ind.* – 2015. – Vol. 7. – No. 10. – P. 6–9.
- [216] Neto, F.D.M. An introduction to inverse problems with applications / F.D.M. Neto, A.J. da Silva Neto. – Berlin : Springer, 2013. – 427 p.
- [217] Rezghi, M. A new variant of L-curve for Tikhonov regularization / M. Rezghi, S.M. Hosseini // *J. Comp. Appl. Math.* – 2012. – No. 231 (5). – P. 914–924.
- [218] Romanov, V.G. Phaseless inverse problems with interference waves / V.G. Romanov, M. Yamamoto // *J. of Inverse and Ill-Posed Probl.* – 2018. – P. 681–688.
- [219] Samarsky, A.A. Computational heat transfer, vol. 1 : mathematical modelling; vol. 2 : the finite difference methodology / A.A. Samarsky, P.N. Vabishchevich. – Wiley, 1995.

- [220] Solodusha, S.V. A numerical solution of one class of Volterra integral equations of the first kind in terms of the machine arithmetic features / S.V. Solodusha, I.V. Mokry // Bull. of the South Ural State University. Ser. "Math. Modelling, Programming & Comp. Software". – 2016. – Vol. 9. – No. 3. – P. 119–129.
- [221] Solodusha, S.V. New classes of Volterra integral equations of the first kind related to the modeling of the wind turbine dynamics / S.V. Solodusha // 15th Int. Conf. on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conf.). – 2020. – P. 35–39. DOI : 10.1109/STAB49150.2020.9140662.
- [222] Solodusha, S.V. Numerical modeling of dynamics of thermal power equipment of the power unit at the Nazarovo power station by Volterra polynomial / S.V. Solodusha, V.A. Spiryaev, E.A. Tairov // In book : XXI Int. Conf. Complex Systems : Control and Modeling Probl. (CSCMP). Proc. – 2019. – P. 616–619.
- [223] Solow, R.M. A contribution to the theory of economic growth / R.M. Solow // The Quarterly J. of Economics. – 1956. – Vol. 70. – No. 1. – P. 65–94.
- [224] Solow, R.M. Technical change and the aggregate production function / R.M. Solow // The Review of Economics and Statistics. – 1957. – Vol. 39. – No. 3. – P. 312–320.
- [225] Tairov, E.A. An analytical model of subcritical and critical vapor-liquid flow through a granular bed / E.A. Tairov, P.V. Khan // In book : J. of Phys. : Conf. Ser. 5th Int. Workshop on Heat/Mass Transfer Advances for Energy Conservation and Pollution Control, IWHT 2019. – 2019. – P. 012012.
- [226] Toshniwal, D. Counting the dimension of splines of mixed smoothness / D. Toshniwal, M. DiPasquale // Advances in Comp. Math. – 2021. – No. 47 (6).
- [227] Volterra-series-based nonlinear system modeling and its engineering applications : a state-of-the-art review / C.M. Cheng [et al.] // Mech. Systems and Signal Processing. – 2017. – Vol. 87. – P. 430–464.
- [228] Voskoboinikov, Yu.E. Construction of a wavelet-filtration algorithms with two-parametrical threshold functions / Yu.E. Voskoboinikov, A.V. Gochakov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2012. – Vol. 48. – No. 1. – P. 17–27.
- [229] Voskoboinikov, Yu.E. Optimal parameter estimation of spatial-local signal filtering algorithms / Yu.E. Voskoboinikov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2019. – Vol. 55. – No. 3. – P. 222–229. DOI : 10.15372/AUT20190302.
- [230] Voskoboinikov, Yu.E. Optimization of wavelet-filtration algorithms with multiple parameter threshold functions / Yu.E. Voskoboinikov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2014. – Vol. 50. – No. 6. – P. 69–79.



- [231] Voskoboinikov, Yu.E. Quasi-optimal estimation algorithm of wavelet-decomposition coefficients at a signals filtration / Yu.E. Voskoboinikov, A.V. Gochakov // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2010. – Vol. 46. – No. 1. – P. 34–45.
- [232] Voskoboinikov, Yu.E. Synthesis of smoothing cubic spline in non-parametric identification technical systems' algorithm / Yu.E. Voskoboinikov, V.A. Boeva // *IOP Conf. Ser. : Materials Science and Eng. XIII Int. Scientific Conf. Architecture and Construction*. – 2020. – 953 (2020) 012035. DOI : 10.1088/1757-899X/953/1/012035.
- [233] Voskoboinikov, Yu.E. Heat transient processes identification of the elements of internal environment system / R.Sh. Mansurov, Yu.E. Voskoboinikov, V.A. Boeva // *Vestnik MGSU*. – 2022. – Vol. 17. – Iss. 2. – P. 222–231. DOI : 10.22227/1997-0935.2022.2.222-231.
- [234] Voskoboinikov, Yu.E. Vector local filters with an adaptive aperture size / Yu.E. Voskoboinikov, V.G. Belyavtsev // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2001. – No. 6. – P. 34–42.
- [235] Wang, T. Volterra-mapping-based behavioral modeling of nonlinear circuits and systems for high frequencies / T. Wang, T. J. Brazil // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. – 2007. – Vol. 51. – No. 5. – P. 1433–1440.
- [236] Xu, Y. An extended L-curve method for choosing a regularization parameter in electrical resistance tomography / Y. Xu, Y. Pei, F. Dong // *Measurement Science and Technology*. – 2016. – Vol. 27. – No. 11. – P. 21–32.
- [237] Yang, L. Adaptive penalized splines for data smoothing / L. Yang, Y. Hong // *Comp. Statistics & Data Analysis*. – 2017. – No. 108. – P. 70–83. DOI : 10.1016/j.csda.2016.10.022.
- [238] Yuanlong, L. Stability and performance of control systems with actuator saturation / L. Yuanlong, L. Zongli. – Birkhäuser, 2018. – 365 p. DOI : 10.1007/978-3-319-64246-8.
- [239] Zhu, A. Simplified Volterra series based behavioral modeling of RF power amplifiers using deviation-reduction / A. Zhu, J. Dooley, T.J. Brazil // *Int. Microwave Symposium Digest*. – 2006. – P. 1113–1116.



## Приложение А. Акты внедрения результатов диссертационного исследования

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор Западно-Сибирского  
филиала ФГУП «ВНИИФТРИ»

.....  
..... Г.В.Шувалов.....

« 28 » апреля 2022 г.

### АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы

**Боевой Василисы Андреевны**

«Разработка и исследование устойчивых алгоритмов непараметрической идентификации динамики теплоэнергетических объектов»,  
представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук

Настоящим подтверждается, что в Западно-Сибирский филиал (ЗСФ) ФГУП «ВНИИФТРИ» от кафедры прикладной математики Новосибирского Государственного архитектурно-строительного университета (СИБСТРИН) передан согласно акту приема-передачи от 14. 04.2022 пакет программ библиотечного типа для обработки экспериментальных данных со сглаживанием на основе кубических сплайнов. Указанный пакет программ создан Боевой В.А. в ходе выполнения диссертационной работы на тему «Разработка и исследование устойчивых алгоритмов непараметрической идентификации динамики теплоэнергетических объектов».

Переданный пакет программ используется в отделе измерений времени и частоты ЗСФ ФГУП «ВНИИФТРИ» при выполнении НИР «ГЕОТЕХ-КВАНТ-Синхронизация» в задаче хронометрического нивелирования для обработки результатов частотно-временных измерений, имеющих высокий уровень шумов. Программные модули пакета имеют удобный пользовательский интерфейс, обеспечивающий оптимальный выбор параметров сглаживания и применимость пакета для случая коррелированных шумов при неизвестным априорно уровне шума.

Несомненно пакет программ сплайн-интерполяции может найти применение в других подразделениях (ЗСФ) ФГУП «ВНИИФТРИ», где требуется производить обработку результатов измерений, выполненных в условиях значительных уровней случайных погрешностей.

Начальник отдела №8, д.т.н.



А.С. Толстиков

Ведущий инженер отдела №8, к.т.н.



С.А. Алексейцев

Рисунок А.1 – Акт внедрения результатов диссертационной работы («ВНИИФТРИ»)

УТВЕРЖДАЮ  
 Генеральный директор АО «ИПФ»  
 А.В. Барышев



М.П. « 28 » 10 2022 г.

### АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов диссертационной работы  
 «Разработка и исследование устойчивых алгоритмов идентификации  
 динамики теплофизических объектов»  
 Боевой Василисы Андреевны

Результаты диссертационной работы Боевой В.А. использовались при выполнении прикладных научных исследований в рамках выполнения инициативной НИР «Снайпер-М» в части математического и программного обеспечения решения задачи устойчивого вычисления первой и второй производной по зашумленным экспериментальным данным.

Методика и алгоритмы построения сглаживающих кубических сплайнов, предложенные в диссертационной работе, позволяют достаточно успешно решать задачу устойчивого дифференцирования. Алгоритм оценивания оптимального параметра сглаживания не требует (в отличие от других алгоритмов выбора параметра сглаживания) достоверного задания дисперсии шума измерения (которая на практике, как правило, неизвестна), что делает внедренные алгоритмы дифференцирования привлекательными при обработке реальных экспериментальных данных.

Руководитель НИР «Снайпер-М»,  
 заведующий лабораторией № 3

 Д.В. Игонин

Ведущий научный сотрудник  
 лаборатории № 3, к. т. н., с. н. с.

 И.Н. Зинин

Старший инженер лаборатории № 3

 Д.И. Берсенов

Рисунок А.2 – Акт внедрения результатов диссертационной работы («ИПФ»)



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ (СИБСТРИН)**

ОКПО 02068976 ОГРН 1025401905484  
ИНН/КПП 5405115866/540501001  
Ленинградская ул., д. 113, Новосибирск 630008  
Тел. (383) 266-41-25, факс (383) 266-40-83  
E-mail: rector@sibstrin.ru

№ 1155-2

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по УВР  
ФГБОУ ВО «НГАСУ (Сибстрин)»

Шумкова М.Н.

11 декабря 2021 г.

**АКТ**

об использовании в учебном процессе  
материалов и результатов кандидатской диссертации

**Боевой Василисы Андреевны**

«Разработка и исследование устойчивых алгоритмов идентификации  
теплофизических объектов»

Настоящий акт подтверждает, что материалы и результаты диссертационной работы Боевой В.А. на тему: «Разработка и исследование устойчивых алгоритмов идентификации теплофизических объектов», представленной на соискание учёной степени кандидата технических наук, используются Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)» в учебном процессе при подготовке магистров по направлению 09.04.02 «Информационные системы и технологии», магистерская программа «Информационные системы и технологии», при подготовке аспирантов по направлению 08.06.01 «Техника и технология строительства», программа подготовки кадров высшей квалификации «Системный анализ, управление и обработка информации». Результаты исследований, выполненных Боевой В.А., используются в курсе лекций и на практических занятиях по дисциплинам «Специальные разделы математики», «Обработка экспериментальных данных, планирование эксперимента, построение математической модели», «Устойчивые методы идентификации динамических объектов».

Директор  
Института цифровых и инженерных технологий  
НГАСУ (Сибстрин), д.т.н., профессор

Л.В. Ильина

Заведующий аспирантурой  
НГАСУ (Сибстрин), к.т.н., доцент

Е.А. Бартеньева

Начальник  
управления организации учебного процесса  
НГАСУ (Сибстрин), к.т.н., доцент

М.Н. Шадрина

Рисунок А.3 – Акт внедрения результатов диссертационной работы («НГАСУ (Сибстрин)»)



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
ФГБОУ ВО «НГТУ»



Чернов С.С.  
2022 г.

**АКТ**

об использовании в учебном процессе  
материалов и результатов кандидатской диссертации  
**Боевой Василисы Андреевны**  
«Разработка и исследование устойчивых алгоритмов непараметрической  
идентификации  
динамики теплоэнергетических объектов»

Настоящий акт подтверждает, что материалы и результаты диссертационной работы Боевой В.А. на тему: «Разработка и исследование устойчивых алгоритмов непараметрической идентификации динамики теплоэнергетических объектов», представленной на соискание учёной степени кандидата технических наук, используются Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» в учебном процессе при подготовке магистров по направлению 27.04.04 «Управление в технических системах», магистерская программа «Комплексные системы автоматизации». Результаты исследований, выполненных Боевой В.А., используются в курсе лекций и на практических занятиях по дисциплине «Случайные процессы в системах автоматического управления» (тема: «Идентификация вектора состояния динамических систем»).

Заведующий кафедрой автоматике  
НГТУ, к.т.н., доцент

**Д.С. Худяков**

Декан факультета АВТФ НГТУ,  
к.т.н., доцент

**И.Л. Рева**

Рисунок А.4 – Акт внедрения результатов диссертационной работы («НГТУ»)

**Приложение Б. Список научных проектов по теме диссертационного исследования,  
поддержанных грантами**

1. Проект РФФИ № 20-38-90041: «Разработка и исследование устойчивых алгоритмов идентификации теплофизических объектов», руководитель – Ю.Е. Воскобойников, исполнитель – В.А. Боева.
2. Проект РНФ № 22-21-00409: «Разработка математического аппарата и методов решения обратных задач динамики систем и приложения», руководитель – С.В. Солодуша, исполнители – Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева, Е.Д. Антипина.

**Приложение В. Список конференций, на которых были представлены результаты  
диссертационного исследования**

1. XII Всеросс. науч.-техн. конф. «Актуальные вопр. архитектуры и строительства». – Новосибирск, «НГАСУ (Сибстрин)», 2–4 апреля 2019 г.  
Доклад: В.А. Боева «Алгоритм устойчивого обращения уравнений Вольтерра в задачах идентификации».
2. XIII Всеросс. науч. конф. молодых учёных «Наука. Технологии. Инновации.». – Новосибирск, «НГТУ (НЭТИ)», 2–6 декабря 2019 г.  
Доклад: В.А. Боева «Эффективность локально-пространственной фильтрации зашумлённых сигналов в задачах идентификации».
3. 4-я Междунар. науч. конф. перспективных разработок молодых учёных «Наука молодых – будущее России». – Курск, ЮЗГУ, 10–11 декабря 2019 г.  
Доклад: В.А. Боева «Целесообразность применения локально-пространственных фильтров к зашумлённым сигналам в задачах идентификации».
4. 9-я Междунар. науч.-практич. конф. «Актуальные проблемы междунар. отношений в условиях формирования мультиполярного мира». – Курск, ЮЗГУ, 14 декабря 2019 г.  
Доклад: В.А. Боева «Целесообразность применения локально-пространственных фильтров к зашумлённым сигналам в задачах идентификации».
5. Всеросс. науч. конф. «Моделирование, планирование и статистический анализ экспериментов для сложных многофакторных объектов» памяти В.И. Денисова. – Новосибирск, «НГТУ (НЭТИ)», 18–20 марта 2020 г.  
Доклад: Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева «Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации при наличии аномальных измерений».
6. XIII Междунар. науч.-техн. конф. «Актуальные вопр. архитектуры и строительства». – Новосибирск, «НГАСУ (Сибстрин)», 22–24 сентября 2020 г.  
Доклад: Yu.E. Voskoboinikov, V.A. Boeva «Synthesis of smoothing cubic spline in nonparametric identification technical systems' algorithm».
7. XII Междунар. молодёжная науч. школа-конф. «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». – Новосибирск, Академгородок, 4–12 октября 2020 г.  
Доклад: Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева «Робастный алгоритм непараметрической идентификации динамической системы».
8. Междунар. науч.-практич. конф. «The new science: theoretical and practical view (Новая наука: теоретический и практич. взгляд)». – София, Болгария, 30 октября 2020 г.

Доклад: V.A. Boeva «Non-parametric identification algorithm of dynamic characteristics in one thermophysical system».

9. XIV Всеросс. науч. конф. молодых учёных «Наука. Технологии. Инновации.» – Новосибирск, «НГТУ (НЭТИ)», 30 ноября–4 декабря 2020 г.

Доклад: В.А. Боева «Решение задачи непараметрической идентификации теплофизической системы».

10. 5-я Междунар. науч. конф. перспективных разработок молодых учёных «Наука молодых – будущее России». – Курск, ЮЗГУ, 10–11 декабря 2020 г.

Доклад: В.А. Боева «Решение задач непараметрической идентификации одной теплофизической системы».

11. 9-я Междунар. науч.-практич. конф. «Современные материалы, техн. и технология». – Курск, ЮЗГУ, 30 декабря 2020 г.

Доклад: В.А. Боева «Прямая и обратная задача непараметрической идентификации одной теплофизической системы».

12. XIV Междунар. науч.-техн. конф. «Актуальные вопр. архитектуры и строительства». – Новосибирск, «НГАСУ (Сибстрин)», 30 марта–1 апреля 2021 г.

Доклад: Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева «Построение двумерных сглаживающих сплайнов для непараметрической идентификации нелинейных систем».

13. XXVI Междунар. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых учёных «Науч. сессия ТУСУР-2021». – Томск, ТУСУР, 19–21 мая 2021 г.

Доклад: В.А. Боева «Исследование переходных характеристик сложной климатической системы».

14. XV Всеросс. науч. конф. молодых учёных «Наука. Технологии. Инновации.» – Новосибирск, «НГТУ (НЭТИ)», 6–10 декабря 2021 г.

Доклад: В.А. Боева «Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации линейных динамических систем».

15. 6-я Междунар. науч. конф. перспективных разработок молодых учёных «Наука молодых – будущее России». – Курск, ЮЗГУ, 9–10 декабря 2021 г.

Доклад: В.А. Боева «Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации стационарных динамических систем».

16. 10-я Междунар. науч.-практич. конф. «Современные материалы, техн. и технология». – Курск, ЮЗГУ, 30 декабря 2021 г.

Доклад: В.А. Боева «Построение переходных процессов теплообмена в системе обеспечения микроклимата».

17. XV Междунар. науч.-техн. конф. «Актуальные вопр. архитектуры и строительства». – Новосибирск, «НГАСУ (Сибстрин)», 19–21 апреля 2022 г.

Доклад: Ю.Е. Воскобойников, В.А. Боева «Скалярный и векторный параметры сглаживания бикубического сплайна и их выбор».

Доклад: В.А. Боева «Идентификация динамики теплоэнергетических объектов».

18. Семинар с междунар. участием «Неустойчивые задачи вычислительной математики – 2022»

Иркутск, ИСЭМ СО РАН, 15–19 августа 2022 г.

Доклад: В.А. Боева «Непараметрическая идентификация динамики теплоэнергетических объектов».



## Приложение Г. Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ



Рисунок Г.1 – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021669414

Авторский вклад: разработка алгоритмического обеспечения и программная реализация одномерных локально-пространственных фильтров, визуализация работы программного обеспечения.



Рисунок Г.2 – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021669320

Авторский вклад: разработка алгоритмического обеспечения и программная реализация СКС с комбинированными КУ, визуализация работы программного обеспечения.





Рисунок Г.3 – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022616377

Авторский вклад: разработка алгоритмического обеспечения и программная реализация СБС с комбинированными КУ, визуализация работы программного обеспечения.



Рисунок Г.4 – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022616376

Авторский вклад: разработка алгоритмического обеспечения и программная реализация идентификации переходных процессов теплообмена в исследуемой СОМ при скачкообразном изменении тепловой мощности ВН и производительности ВЕНТ, визуализация работы программного обеспечения.