

На правах рукописи



Спиряев Вадим Александрович

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКЕ**

Специальность 1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Иркутск – 2023

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки
Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской
академии наук (ИСЭМ СО РАН)

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент
Солодуша Светлана Витальевна

Официальные оппоненты: **Сизиков Валерий Сергеевич**
доктор технических наук, профессор, Федеральное го-
сударственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследователь-
ский университет ИТМО», факультет программной
инженерии и компьютерной техники, профессор

Рязанцев Владимир Андреевич
кандидат технических наук, Акционерное общество
«Научно-технический центр «Атлас», Пензенский фи-
лиал, специализированный отдел № 2, специализиро-
ванная научно-техническая служба, старший научный
сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки Институт проблем управления им. В.А. Трапез-
никова Российской академии наук, г. Москва

Защита состоится «19» сентября 2023 г. в 9:00 ч. на заседании диссертационного
совета 24.1.118.01, созданного на базе Федерального государственного бюджетного учре-
ждения науки Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения
Российской академии наук, по адресу: 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, к. 355.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИСЭМ СО РАН по адресу:
664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, к. 407 и на сайте ИСЭМ СО РАН:
<https://isem.irk.ru/dissert2/case/DIS-2023-2/>.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах с подписью составителя, заверенные пе-
чатью организации, просим направлять по адресу: 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова,
130, на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан «___» _____ 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.118.01,
доктор технических наук, доцент

Солодуша

**Солодуша
Светлана Витальевна**

Общая характеристика работы

Актуальность исследования. Актуальность диссертационной работы определяется следующими факторами:

1. Концепция цифровой трансформации энергетики стимулирует создание математического инструментария для анализа и моделирования нелинейных динамических систем. Современные и классические исследования в этой области не дают полного математического аппарата, учитывающего ограничения на динамические характеристики систем.

2. Многие обратные задачи в энергетике приводят к необходимости использования быстродействующих моделей на основе интегральных уравнений. Задачи управления и идентификации, эффективные при изучении динамики функционирования технических объектов и систем, являются, как правило, некорректно поставленными, требующими применения трудоемких методов и алгоритмов регуляризации.

3. К настоящему времени теория многомерных интегральных уравнений, возникающих при использовании универсального аппарата интегро-степенных рядов Вольтерра (имеющего большое прикладное значение при моделировании нелинейной динамики), недостаточно развита. Получены частные результаты о их разрешимости, а алгоритмы для численного решения основаны на базовых квадратурных формулах правых и средних прямоугольников.

4. Программная реализация алгоритмов математического моделирования на основе интегральных уравнений вольтерровского типа отсутствует в библиотеках современных универсальных систем. Известна программа Voltaire XL (Microwave Office 2000), использующая ряды Вольтерра для анализа переходных режимов электронных схем в частотной области. Однако их применение во временной области ограничено, что объясняется сложностью идентификации ядер Вольтерра.

Эффективные решения перечисленных проблем имеют важное самостоятельное значение, а их взаимосвязанная реализация напрямую относится к формированию научных и технологических заделов, обеспечивающих переход к цифровизации энергетики. Таким образом, очевидна необходимость разработки эффективной методики построения математических моделей типа "вход-выход" на основе интегральных уравнений, объединяющей решения обратных задач идентификации переходных характеристик и восстановления входных сигналов динамических систем в теплоэнергетике.

Степень изученности и разработанности проблемы. На сегодняшний день проблеме идентификации параметров математической модели, адекватно описывающей реальный объект или процесс, посвящено довольно много научно-технической литературы. Среди современных работ обширные исследования по идентификации параметров математических моделей и оцениванию состояния применительно к теплотехническому оборудованию принадлежат сотрудникам ИСЭМ СО РАН А.М. Клеру, В.Э. Алексеюку, А.С. Максиму, Е.Л. Степановой, П.В. Жаркову. Проблеме идентификации переходных характеристик исследуемой динамической системы с помощью полиномов Вольтерра посвящены работы А.С. Апарцина, С.В. Солодуша, Э.А. Таирова. В силу универсальности аппарата полиномов Вольтерра методам идентификации ядер Вольтерра посвящено много работ. Так, например, применение полиномов Вольтерра при описании технических систем, мониторинге технологических процессов, помимо авторов, указанных выше, рассматривалось В.А. Вениковым, О.А. Сухановым, А.М. Дейчем, Л.В. Даниловым, Ю.С. Попковым, К.А. Пупковым, В.Д. Павленко, Д.Н. Сидоровым, S.A. Velbas, S. Silva, H.L. Van-Trees, T. Ogunfunmi и другими. Отдельно выделим, что уже в начале 90-х прошлого века А.С. Апарциным в работах^{1,2} был предложен оригинальный подход, развитый его учениками, позволяющий свести задачу идентификации ядер Вольтерра к решению линейных многомерных уравнений Вольтерра I рода, допускающих явные формулы обращения, а следовательно, построение эффективных саморегуляризирующих численных методов. Эти работы послужили началом большой серии исследований, посвященных проблеме идентификации полиномов Вольтерра. Теоретические аспекты применения полиномов Вольтерра для задачи моделирования динамических систем основываются на классических результатах И. Бэслера, И.К. Даугавета, М. Фреше. Среди работ, посвященных изучению интегральных уравнений вольтерровского типа, следует отметить серию работ А.С. Апарцина, а обширный и современный обзор, касающийся интегральных уравнений, приведен в монографии Н. Brunner.

При этом обратные задачи идентификации переходных характеристик и сигналов динамических систем являются, как правило, некорректно поставленными. Это означает, что даже если решение обратной задачи в нуж-

¹Apartsyn A.S. Mathematical modeling the dynamic systems and objects with the help of the Volterra integral series // EPRI-SEI Joint seminar of methods for solving the problems on energy power systems development and control. – Beijing, China: EPRI, 1991. – P. 117-132.

²Апарцин А.С. О решении многомерных уравнений Вольтерра I рода, возникающих в задаче идентификации нелинейных динамических систем // Методы оптимизации и их приложения. – Иркутск: СЭИ СО РАН, 1992. – С. 219-222.

ном классе существует и единственно, оно заведомо неустойчиво к погрешностям реальных исходных данных и даже к погрешностям вычислений. Для устойчивого приближенного решения подобных задач приходится использовать весь набор методов регуляризации некорректных задач, включая построение регуляризованного семейства приближенных решений, минимизирующих сглаживающий функционал А.Н. Тихонова³. Вместе с тем, существует класс слабо некорректных задач⁴, для которых имеется принципиальная возможность построения особо эффективных вычислительных процедур за счет использования в качестве "естественных" параметров регуляризации, например шага сетки в конечно-разностных методах, числа слагаемых в проекционных методах, числа итераций в итерационных процедурах и т.д. В частности, в этот класс входят интегральные уравнения Вольтерра I рода, играющие первостепенную роль при построении (идентификации) математической модели нелинейной динамической системы типа "вход-выход" на основе откликов системы на специальные семейства кусочно-постоянных тестовых входных сигналов⁴.

Другой класс слабо некорректных задач возникает при обработке и анализе (зачастую в режиме реального времени) временных рядов различной природы. Традиционно при обработке временных рядов используется представление эмпирической функции в виде линейной комбинации тех или иных базисных функций, например, в виде ряда Фурье по системе тригонометрических функций. В работе Нордена Хуанга⁵ была предложена иная идеология, когда базисные функции не задаются априори, а вычисляются в процессе обработки массива значений эмпирической функции. Число таких табличных функций является "естественным" параметром регуляризации, выбор которого в каждом конкретном случае представляет самостоятельную проблему. Одним из этапов реализации метода Хуанга является построение аналитической функции, мнимая компонента которой связана с вещественной базисной функцией – аппроксимацией исходного временного ряда интегральным преобразованием Гильберта, поэтому в целом данная методика получила название ПГХ (преобразование Гильберта-Хуанга). Несмотря на все увеличивающийся поток публикаций на эту тему, для успешного применения ПГХ при обработке реальных информационных массивов, в частности для выбора

³Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 288 с.

⁴Апарцин А.С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы. – Новосибирск: Наука, 1999. – 193 с.

⁵Huang N.E., Shen Z., Long S.R., Wu M.C., et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1998. – Vol. 454. – P. 903–995.

числа базисных функций, желателен максимальный учет специфики объекта или процесса, порождающего данный временной ряд.

Цель работы. Данная работа ориентирована на решение спектра задач численного моделирования динамики теплотехнических объектов и анализа реальных данных для переходных процессов. Основной целью работы является разработка единой методики построения интегральных моделей теплоэнергетических установок. В основе данной методики лежит решение задачи непараметрической идентификации переходных характеристик и реализация алгоритмов в виде программного комплекса для численного моделирования динамики исследуемого объекта.

Основные задачи диссертационной работы. Для достижения цели выполнено последовательное решение следующих задач:

1. Сравнительный анализ основных подходов к построению математических моделей при решении задач непараметрической идентификации переходных характеристик и сигналов динамических систем теплоэнергетики в условиях неполной априорной информации.

2. Разработка методики построения математических моделей в виде полиномов Вольтерра второй и третьей степени в случае скалярных входных сигналов на базе многомерного метода интегрирования произведения (ИП).

3. Исследование вопросов существования и единственности решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) при идентификации интегралов от ядер Вольтерра.

4. Развитие методов численного решения полиномиальных уравнений Вольтерра I рода, возникающих в задаче восстановления входных сигналов. Построение интегральных моделей на базе специальных тестовых уравнений вольтерровского типа, предназначенных для оценки правой границы исследуемого временного интервала.

5. Построение и анализ аппроксимаций Гильберта-Хуанга по результатам физических экспериментов на Центре коллективного пользования, "Высокотемпературный контур" (ЦКП ВТК ИСЭМ СО РАН). Разработка методики, позволяющей получать качественные декомпозиции исследуемого сигнала для решения задачи идентификации механизмов пульсаций давления.

6. Разработка программного комплекса, предназначенного для численного моделирования на основе последовательного решения обратных задач идентификации переходных характеристик и скалярных входных сигналов динамических объектов.

7. Апробация разработанных методик и программного комплекса приме-

нительно к элементу теплообменного аппарата и теплотехнического оборудования энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт.

Объектом исследования являются процессы непараметрической идентификации математических моделей и механизмов для ряда теплоэнергетических установок на примере цифрового двойника энергоблока Назаровской ГРЭС и имитационной модели теплообменной установки.

Предмет исследования: численные методы, алгоритмы и программные средства для построения математических моделей элементов теплоэнергетических установок, направленные на поэтапное решение прямых и обратных задач в рамках единой вычислительной технологии.

Методология и методы исследования. В работе использованы методы математического анализа, линейной алгебры, комбинаторики, теории некорректных задач, машинного обучения и аппарата вычислительной математики.

Научная новизна. В работе получены следующие новые научные результаты:

1. Предложена эффективная методика непараметрической идентификации математических моделей типа "вход-выход" в виде квадратичных и кубических полиномов Вольтерра. Ключевое отличие состоит в обобщении численного метода интегрирования произведения для восстановления многомерных интегралов от симметричных ядер.

2. Рассмотрены и исследованы специальные СЛАУ, на базе которых выведены новые формулы сеточной аппроксимации переходных характеристик нелинейных динамических систем в случае кусочно-постоянных сеточных сигналов.

3. Выполнено развитие методов численного решения полиномиальных уравнений Вольтерра I рода, а также оценка предельных возможностей существующих вычислительных алгоритмов, основанных на идентификации ядер Вольтерра, за счет введения специальных мажорантных уравнений и серии тестовых примеров.

4. Исследована целесообразность и даны практические рекомендации применения аппроксимаций Гильберта-Хуанга для анализа временных рядов полученных в ходе физических экспериментов на ЦКП ВТК ИСЭМ СО РАН.

5. Разработана архитектура и выполнена реализация программного комплекса (ПК), реализующего авторские алгоритмы и методы.

Положения, выносимые на защиту:

1. Подход к построению квадратичной и кубической математических моделей для цифровых двойников теплотехнического оборудования, основанный на идентификации интегралов от ядер Вольтерра с помощью многомерного метода ИП.

2. Техника обоснования применения многомерного ИП-метода для идентификации математической интегральной модели нелинейной динамической системы типа "вход-выход".

3. Применение численного ИП-метода для решения квадратичного уравнения Вольтерра I рода в случае, когда известны не сами ядра, а интегралы от них. Развитие подхода для получения неухудшаемых оценок решений полиномиальных уравнений Вольтерра I рода.

4. Реализация разработанных алгоритмов в виде ПК для построения квадратичной и кубической моделей для исследования динамики давления и температуры в энергоблоке Назаровской ГРЭС. Реализация модуля идентификации полиномов Вольтерра второй и третьей степени, входящего в ПВК "Динамика", для исследования динамики элемента теплообменной установки.

5. Подход, позволяющий выбирать между классической версией ПГХ и его модификацией, учитывая параметры этой модификации. Применение модифицированного ПГХ для идентификации несущих частот автоколебательных пульсаций давления.

Соответствие паспорту специальности. Выносимые положения соответствуют следующим пунктам паспорта научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ:

1. Положения 1, 2 соответствуют пункту 2 паспорта специальности.

2. Положение 3, 4 соответствует пункту 3 паспорта специальности.

3. Положения 1, 4, и 5 соответствуют пункту 8 паспорта специальности.

В диссертации присутствуют оригинальные результаты из трех областей:

1. Математическое моделирование. Разработана методология построения математических моделей в виде полиномов Вольтерра на основе обобщения ИП-метода; предложена новая модель, ядра Вольтерра в которой удовлетворяют заранее заданным условиям (соответствует пунктам 1, 4 положений, выносимых на защиту).

2. Численные методы. Предложен численный метод на основе обобщения ИП-метода для задачи идентификации и моделирования нелинейных динамических систем типа «вход-выход»; предложен и реализован подход для вы-

бора между классической версией ПГХ и его модификацией (соответствует пунктам 2, 3, 5 положений, выносимых на защиту).

3. Комплексы программ. Разработан и реализован ПК для решения задач идентификации и моделирования динамики цифрового двойника энергоблока Назаровской ГРЭС; и имитационной модели элемента теплообменной установки (соответствует пункту 4 положений, выносимых на защиту).

Обоснованность и достоверность результатов диссертации. Достоверность полученных в диссертации результатов подтверждается соответствующими математическими выкладками, которые сформулированы в виде теорем. Корректное применение разработанного математического аппарата продемонстрировано при решении модельных (тестовых) задач и при расчетах с реальными экспериментальными данными, которые допускают естественную физическую интерпретацию.

Теоретическая значимость. Развита в диссертации техника обоснования ИП-метода идентификации математической модели нелинейной динамической системы типа "черного ящика", допускающей применение кусочно-постоянных тестовых входных сигналов (доказательство невырожденности СЛАУ, оптимизация амплитуд сигналов и т. д.) носит универсальный характер и может быть перенесена на более общий случай нестационарных систем с векторным входом. Применение ПГХ в задаче автоколебательных пульсаций давления позволяет провести идентификацию частот, которые характеризуют определенные механизмы автоколебательных пульсаций давления. Предложенная методика может быть адаптирована для анализа других сигналов, как такой же, так и иной природы.

Практическая ценность:

1. Разработана универсальная методика построения математических моделей типа «вход-выход» в виде полиномов Вольтерра второй и третьей степени для случая скалярных входных сигналов. Показано, что кубичная модель точнее квадратичной моделирует заданный объект и позволяет более полно учитывать нелинейные свойства объекта.

2. Применение кубичной модели расширяет класс допустимых входных сигналов по сравнению с квадратичной моделью.

3. Построена численная схема решения квадратичного интегрального уравнения, позволяющая согласовать решение задач автоматического управления и идентификации модели. Показано преимущество ИП-метода для сильно осциллирующих функций по сравнению с классическими численными методами.

4. Развита методика, позволяющая выбирать между классической версией ПГХ и его модификацией, для более точной идентификации несущих частот автоколебательных пульсаций давления.

5. Разработано программное обеспечение, предназначенное для численного моделирования динамических систем различной природы на основе решения задачи идентификации переходных характеристик.

6. Проведена апробация разработанных методик и программного комплекса применительно к элементу теплообменного аппарата и теплотехнического оборудования энергоблока Назаровской ГРЭС.

Разработанные программные комплексы могут найти применение в организациях научно-технического профиля.

Апробация работы. Результаты, излагаемые в диссертации, были представлены на следующих конференциях и семинарах: на XXI Международной конференции "Проблемы управления и моделирования в сложных системах" (г. Самара, 3-6 сентября 2019 г.), на Всероссийской молодежной конференции с международным участием "Системные исследования в энергетике – 2019" (г. Иркутск, 27-31 мая 2019 г.), на VII Международном симпозиуме "Обобщенные постановки и решения задач управления" (г. Геленджик – с. Дивноморское, Краснодарский край, 26-30 сентября 2014 г.), на Молодежной международной научной школе-конференции "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач" (г. Новосибирск, 10-20 августа 2009 г.), на Всероссийской конференции "Математическое моделирование, вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных научных исследованиях" (г. Иркутск, 6-7 июня 2009 г.), на Международной конференции "Аналитическая механика, устойчивость и управление движением", посвященной 105-летию академика Н.Г. Четаева (г. Иркутск, 12-16 июня 2007 г.), на IV Всероссийской конференции "Математика, информатика, управление" (г. Иркутск, 1-5 ноября 2005 г.), на VII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (с участием иностранных ученых) (г. Красноярск, 1-3 ноября 2006 г.), а также на конференциях молодых ученых ИСЭМ СО РАН, на совместных семинарах лабораторий отдела "Прикладной математики" № 90 ИСЭМ СО РАН и на семинаре лаборатории "Идентификация систем управления" ИПУ РАН (Москва, 2021 г.).

Исследования, представленные в диссертационной работе, были поддержаны Лаврентьевским грантом СО РАН для поддержки молодых ученых (постановление Президиума СО РАН № 404 от 06.12.2002), грантами РФФИ

№ 02-01-00173, 05-01-00336, 09-01-00377, 12-01-00722, 15-01-01425.

По теме диссертации опубликовано 29 научно-исследовательских работ, в том числе 2 статьи в журналах, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России по научной специальности 1.2.2. (технические науки) для опубликования основных результатов диссертационных исследований на соискание степеней кандидата и доктора наук, 2 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК по прочим специальностям, 2 статьи, индексируемые в международной базе данных Scopus, и 1 статья в международной базе данных Web of Science.

Получены два свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы и приложений. Основной текст диссертационной работы содержит 182 страницы, 74 рисунка и 5 таблиц. Список литературы содержит 187 источников. В приложениях приведены формулировки и доказательства теорем, иллюстративные материалы, сведения об апробации и применении результатов исследования.

Личный вклад автора. Текст диссертации не содержит заимствований без ссылки на соответствующий первоисточник. В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит разработка математических интегральных моделей на основе метода ИП, применение численных методов для решения полиномиальных уравнений, реализация программных комплексов, анализ временных рядов с помощью модифицированного ПГХ. Теоретические результаты, связанные с полиномиальными интегральными уравнениями, получены совместно с А.С. Апарциным. Формулировки и доказательства теорем, приведенные в диссертации, принадлежат соискателю. Конфликт интересов с соавторами отсутствует.

Основные результаты диссертации

Во **Введении** сформулированы цели и задачи диссертационной работы, обоснована ее актуальность, описана научная новизна, теоретическая и практическая значимость, достоверность и апробация полученных результатов.

Первая глава диссертационной работы посвящена обзору, связанному с задачей идентификации динамических систем с помощью полиномов Вольтерра. В качестве основы для дальнейших исследований приведена методика идентификации полиномов Вольтерра, разработанная А.С. Апарциным. Дан

обзор применения методики ПГХ для обработки временных рядов, связанных с задачей идентификации.

Основная цель **параграфа 1.1.1** – описание предметной области задачи моделирования. Приведены способы моделирования динамических систем, когда на основе физических законов и экспериментальных данных или в результате исследования причинно-следственных связей между входным и выходным сигналами строятся математические модели исследуемых объектов. Показаны преимущества моделей типа "вход-выход", к которым относятся модели, построенные с помощью полиномов Вольтерра. Приведены свойства моделируемых динамических систем.

В **параграфе 1.1.2** дан обзор литературы, касающийся решения задачи идентификации с помощью полиномов Вольтерра следующего вида:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \int_0^t \dots \int_0^t K_n(s_1, \dots, s_n) \prod_{k=1}^n x(t - s_k) ds_k, t \in [0, T]. \quad (1)$$

Здесь t – время, $x(t)$ – скалярный входной сигнал, $y(t)$ – выходной сигнал динамической системы, K_n – n -мерное ядро Вольтерра и N – степень полинома. Построение модели нелинейной динамики в виде полинома Вольтерра состоит в определении степени полинома (1) и в оценивании ядер Вольтерра соответствующих порядков. Обычно ограничиваются значениями $N = 2, 3$. Способ нахождения K_i с помощью обработки массива входных данных и откликов на них (выходных сигналов) называется идентификацией системы.

Далее в этом параграфе приведена методика восстановления ядер Вольтерра, которая послужила основой для нового метода идентификации, предлагаемого в диссертации. Отметим, что спецификой рассмотренных в диссертации интегральных уравнений Вольтерра I рода является их слабая некорректность, позволяющая получать устойчивое численное решение за счет согласования шага дискретизации (параметра саморегуляризации) с уровнем погрешности исходных данных в равномерной метрике.

Параграф 1.1.3 носит вспомогательный характер и содержит описание специфики слабо некорректных задач.

В **параграфе 1.4** дан обзор применения методики ПГХ для обработки временных рядов различной природы. В частности, рассмотрены применения ПГХ для решения задачи идентификации параметров объекта, описанного с помощью временного ряда.

Вторая глава посвящена описанию специально рассмотренных в дис-

сертации теплоэнергетических объектов и связанных с ними задач моделирования и идентификации.

В параграфе 2.1 рассматривается теплотехническое устройство, входящее в энергоблок Назаровской ГРЭС, находящейся в г. Назарово Красноярского края. Техническое оборудование Назаровской ГРЭС состоит из семи энергоблоков, мощность одного из которых составляет 498 МВт, а оставшихся шести – 135 МВт каждый. Для исследования нелинейной динамики давления и температуры на выходе из объемных теплообменников, включающих конденсатор К типа 80-КЦС-1 и подогреватель низкого давления ПНД-1 из группы ПНД, был выбран участок энергоблока мощностью 135 МВт. Имитационная модель всего энергоблока была реализована в виде ПВК "Р150", представляющего развитие модели энергоблока Иркутской ТЭЦ-10⁶. На Рисунке 1 изображена структурная схема рассматриваемого участка.

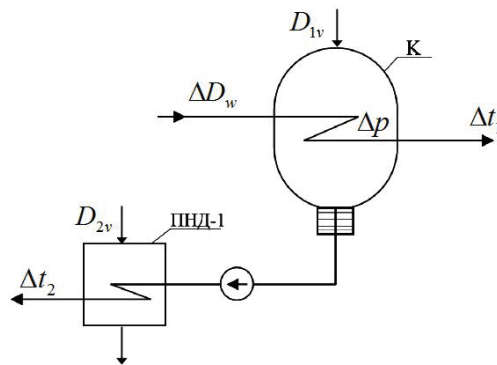


Рисунок 1 – Структурная схема участка

Рассматривается случай, когда расходы пара D_{1v} и D_{2v} , поступающие на конденсатор и подогреватель низкого давления (ПНД-1), являются постоянными. Входным сигналом для данной модели служит расход воды $\Delta D_w(t)$, подающейся на вход конденсатора с начальной температурой $t_0 = 14,5^\circ\text{C}$. При этом $D_{1v} = 51,46$ кг/с и $D_{2v} = 2,03$ кг/с. В качестве выходных сигналов рассматриваются отклонения давления $\Delta p(t)$ и температуры $\Delta t_1(t)$ в конденсаторе, а также отклонение температуры $\Delta t_2(t)$ в ПНД-1 при начальных значениях $p_0 = 4359$ Па, $t_{10} = 15,2^\circ\text{C}$, $t_{20} = 59,19^\circ\text{C}$, $D_{w0} = 11562,2$ кг/с. Амплитуды входного сигнала были приняты следующие: $\alpha = 3468,66$ кг/с и $\beta = 2890,55$ кг/с, то есть $\alpha = 30\%D_{w0}$ и $\beta = 25\%D_{w0}$ соот-

⁶Таиров Э.А., Логинов А.А., Чистяков В.Ф. Математическая модель, численные методы и программное обеспечение тренажера для энергоблока Иркутской ТЭЦ-10 – Иркутск: СЭИ СО РАН, 1999. – Препринт № 11. – 43 с.

ветственно.

В параграфе 2.2 в качестве имитационной динамической системы рассмотрена скалярная математическая модель переходного процесса в элементе теплообменного аппарата с независимым подводом тепла⁷. Исследуемая эталонная нелинейная динамическая система имеет скалярный входной и выходной сигналы:

$$\Delta i(t) = \frac{Q_0 \lambda_1 \lambda_2}{D_0 (\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t \Delta D(\eta) \left(e^{-\lambda_1 \int_{\eta}^t (D_0 + \Delta D(\varepsilon)) d\varepsilon} - e^{-\lambda_2 \int_{\eta}^t (D_0 + \Delta D(\varepsilon)) d\varepsilon} \right) d\eta, \quad (2)$$

$$t \in [0, T].$$

В (2) входным сигналом является $\Delta D(t)$, а выходным – $\Delta i(t)$. Начальные значения для проведения расчетов были предоставлены Э.А. Таировым и составили $D_0 = 0,16$ кг/с, $Q_0 = 100$ кВт, $i_0 = 1059$ кДж/кг, что соответствует данным для реального элемента теплообменной установки на ЦКП ВТК ИСЭМ СО РАН.

Имитационная модель (2) важна с методической точки зрения, потому что позволяет оценивать точность численных методов и проводить верификацию численных алгоритмов. В работе С.В. Солодуша и М.В. Булатова⁸ выполнено сравнение отклика теплообменной установки, прямоточного котла⁹ и экономайзера котельного агрегата¹⁰ при нормированном времени. Опираясь на выполненный анализ, можно выделить критерий оценивания точности модели (2) в конце переходного периода. То есть результаты, полученные на базе модели (2), могут быть использованы при моделировании отклика других теплотехнических объектов.

В параграфе 2.3 приведено описание задачи анализа динамики давления и идентификации несущих частот в теплофизических процессах. Межфазные превращения, протекающие в условиях захлаживания перегретой выше температуры насыщения поверхности, зачастую сопровождаются возникновением импульсов давления различной интенсивности. Их амплитуда, частота и продолжительность зависят от многих факторов, основными из

⁷Таиров Э.А. Нелинейное моделирование динамики теплообмена в канале с однофазным теплоносителем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1989. – № 1. – С. 150-156.

⁸Solodusha S.V., Bulatov M.V. Integral Equations Related to Volterra Series and Inverse Problems: Elements of Theory and Applications in Heat Power Engineering // Mathematics. – 2021.– Vol. 9, № 16. – P. 1905.

⁹Магид С.И., Гержой И.П., Рубашкин А.С., Крашенинников В.В. Математическая модель переходных процессов прямоточного котла для тренажера оператора теплофикационного энергоблока 250 МВт // Теплоэнергетика. – 1985. – № 5. – С. 34-38.

¹⁰Таиров Э.А., Левин А.А., Запов В.В. Развитие методов моделирования динамики теплоэнергетических установок // Вестник ИргТУ. – 2011. – № 3(50). – С. 117-123.

которых являются геометрические размеры охлаждаемой поверхности, занимаемый охладителем объем и температуры поверхности и охладителя. В случае реализации термоакустического эффекта возможна генерация автоколебательных пульсаций давления. В работе А.А. Левина, Э.А. Таирова, В.А. Спиряева¹¹ изучается автоколебательный режим пульсаций давления и перестройки структуры двухфазного потока при захолаживании вертикального трубчатого нагревателя в кольцевом канале с недогретой жидкостью (этанолом). В результате проведения экспериментов были зафиксированы возникающие автоколебательные пульсации давления.

Параграф 2.4 посвящен постановке целей и задач исследования для вышеописанных теплотехнических объектов. Основываясь на специфике двух объектов (энергоблок Назаровской ГРЭС и элемент теплообменного аппарата), описанных выше, ставится задача описания их откликов по заданным тестовым сигналам. Так как оба объекта являются нелинейными и имеют непрерывную зависимость входного возмущения от выходного, применяется подход, основанный на использовании полиномов Вольтерра.

Рассмотрена задача моделирования динамики давления и температуры энергоблока Назаровской ГРЭС. Блок-схема моделируемых динамических систем энергоблока Назаровской ГРЭС со скалярным входом и векторным выходом представлена на Рисунке 2. При этом динамические системы с векторным выходом удобнее рассматривать не как одну систему с одним входом и тремя выходами, а как три независимых системы, где одинаковый входной сигнал (ΔD_w) и разные выходные сигналы (Δp , Δt_1 , Δt_2).

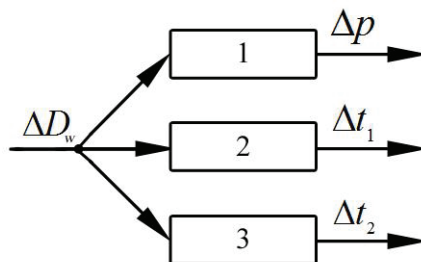


Рисунок 2 – Блок-схема модели со скалярным входом и векторным выходом

Согласно блок-схеме, на основе (1) выписан квадратичный и кубичный

¹¹Левин А.А., Таиров Э.А., Спиряев В.А. Автоколебательные пульсации давления в этаноле при захолаживании нагревателя // Теплофизика и аэромеханика. – 2017. – Т. 24. – № 1. – С. 61–72.

полиномы Вольтерра

$$y_m^{sq}(t) = \int_0^t K_1^{(m)}(s)\Delta x(t-s)ds + \int_0^t \int_0^t K_2^{(m)}(s_1, s_2) \prod_{l=1}^2 \Delta x(t-s_l)ds_l, \quad (3)$$

$$y_m^{cub}(t) = \int_0^t K_1^{(m)}(s)\Delta x(t-s)ds + \int_0^t \int_0^t K_2^{(m)}(s_1, s_2) \prod_{l=1}^2 \Delta x(t-s_l)ds_l + \\ + \int_0^t \int_0^t \int_0^t K_3^{(m)}(s_1, s_2, s_3) \prod_{l=1}^3 \Delta x(t-s_l)ds_l, \quad t \in [0, T]. \quad (4)$$

В (3) и (4) входной сигнал $x(t) \equiv D_w(t)$, а различные выходные сигналы $y_I^{mod} \equiv \Delta p(t)$, $y_{II}^{mod} \equiv \Delta t_1(t)$ и $y_{III}^{mod} \equiv \Delta t_2(t)$, $m = I, II, III$, $mod = sq, cub$ порождают три квадратичных и три кубических модели. Построить такие модели означает найти их переходные характеристики $K_1^{(m)}$, $K_2^{(m)}$ и $K_3^{(m)}$.

Таким образом, формулы (3) и (4) определяют квадратичную и кубическую модели энергоблока Назаровской ГРЭС, указанного на Рисунке 1, включающего конденсатор и подогреватель низкого давления. Временной диапазон был определен согласно результатам оценочного тестирования динамических систем с помощью программы "P150" и составил $T = 120$ с шагом $h = 8$ с.

Далее рассмотрена задача моделирования динамики элемента теплообменного аппарата, блок-схема для которого представлена на Рисунке 3.



Рисунок 3 – Блок-схема модели со скалярным входом и выходом

Длительность переходных процессов охватывает временной диапазон $t \in [0, T]$, где $T \approx 30$ с. Шаг для случая моделирования динамики теплообменного аппарата составляет 1 с. Выбор шага продиктован условиями проведения реального эксперимента на теплотехническом оборудовании.

Пример построения квадратичного и кубического полиномов Вольтерра, где в качестве имитационной модели используется (2), приведен в главе 4. Дополнительно, когда переходные характеристики найдены, можно рассмотреть задачу восстановления входного сигнала для имитационной модели (2).

Такая задача рассмотрена в **параграфе 4.1.6**.

Третьей рассматривается задача анализа динамики давления в теплофизических экспериментах.

На практике изучение автоколебательных пульсаций давления заключается в изучении временных рядов, полученных в ходе физического эксперимента на ЦКП ВТК ИСЭМ СО РАН. Один из полученных временных рядов представлен на Рисунке 4. Такие временные ряды представляют собой нестационарные сигналы, амплитудные и частотные характеристики которых очень быстро меняются. Поэтому для повышения качества анализа таких сигналов необходимо использовать подход, который обладает свойством адаптивности к каждому конкретному сигналу.

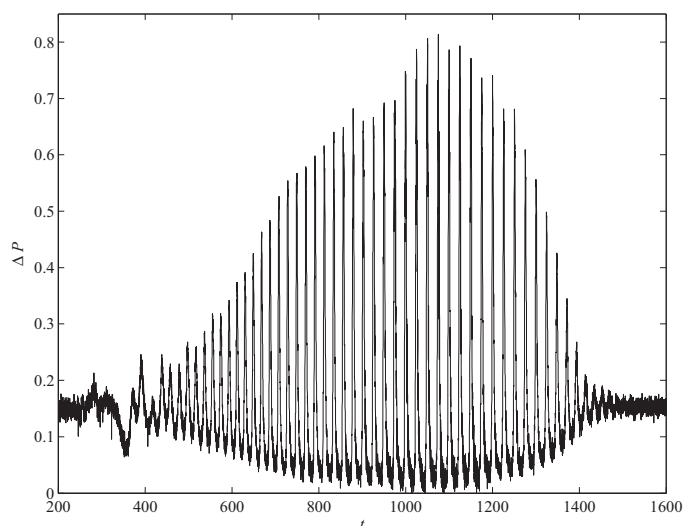


Рисунок 4 – Динамика давления в этаноле в условиях импульсного тепловыделения

В диссертационной работе основное внимание уделено анализу динамики давления в жидкости и идентификации быстропротекающих процессов парообразования. Эти процессы парообразования сопряжены с возникновением импульсов давления различной амплитуды и частоты, поэтому применение ПГХ представляется здесь целесообразным. Однако классическое ПГХ⁵ не позволяет получить физически обоснованные результаты. В основном это заключается в известной проблеме ПГХ¹², называемой "смешиванием мод". Это связано с тем, что применение обычного ПГХ к исследуемому ряду не позволяет получать качественные разложения, из которых с помощью преобразования Гильберта можно получить важные несущие частоты, характеризу-

¹²Colominas M.A., Schlotthauer G., Torres M.E., Flandrin P. Noise-assisted EMD methods in action // Advances in Adaptive Data Analysis. – 2012. – Vol. 4. – № 4.

ющие автоколебания давления. Поэтому для получения достоверных результатов необходимо привлечение более тонкой техники декомпозиции, которая достаточно детально рассмотрена в главе 3.

Таким образом, в главе 2 ставятся три задачи идентификации: первые две задачи идентификации связаны с моделями типа "вход-выход", а третья задача требует применения аппарата анализа временных рядов.

Третья глава содержит математические результаты. Основное внимание уделено идентификации полиномов Вольтерра с помощью многомерного численного метода ИП. Она заключается в том, что для целей моделирования отклика динамической системы знание самих ядер Вольтерра необязательно – достаточно уметь вычислять соответствующие интегралы от ядер. Оказывается, использование численного метода интегрирования произведения, предложенного в работе Питера Линза¹³, позволяет достаточно эффективно решить эту задачу.

В параграфе 3.1 приведен подход построения полиномов Вольтерра на основе ИП-метода. Данный способ позволяет избежать проблемы обеспечения условий разрешимости соответствующих интегральных уравнений, выраженных в виде теорем¹⁴. Метод ИП в одномерном случае при выбранном шаге h имеет следующий вид:

$$\int_0^{ih} K(s)x(s)ds \approx \sum_{j=1}^i x_{j-\frac{1}{2}} \int_{(j-1)h}^{jh} K(s)ds, \quad (5)$$

где $x_{j-\frac{1}{2}} = (j - \frac{1}{2})h$, $t_i = ih$, $i = \overline{1, n}$, $nh = T$.

Особенностью этого метода по сравнению с классическими квадратурными методами является следующее: когда под знаком интеграла стоит произведение двух функций и одна из них (в случае (5) $K(s)$) сильно осциллирующая, метод ИП более эффективен, чем классические квадратурные методы того же порядка. Порядок сходимости ИП-метода, в свою очередь, зависит от того, в какой точке мы вычисляем $x(s)$: в точке i или $i - \frac{1}{2}$, и соответственно равен $O(h)$ и $O(h^2)$.

¹³Linz P. Product integration method for Volterra integral equations of the first kind // BIT. – 1971. – Vol. 11. – P. 413-421.

¹⁴Апарцин А.С. Теоремы существования и единственности решений уравнений Вольтерра I рода, связанных с идентификацией нелинейных динамических систем (скалярный случай). Препринт № 9. – Иркутск: СЭИ СО РАН, 1995. – 30 с.

Обобщим метод ИП для случая многомерных свертков:

$$\begin{aligned} & \int_0^{ih} \dots \int_0^{ih} K_m(s_1, \dots, s_m) \prod_{k=1}^m x(ih - s_k) ds_m \approx \\ & \approx \sum_{i_1=1}^i \dots \sum_{i_m=1}^i \left(\prod_{k=1}^m x((i - i_k + \frac{1}{2})h) \int_{(i_1-1)h}^{i_1h} \dots \int_{(i_m-1)h}^{i_mh} K_m(s_1, \dots, s_m) ds_1 \dots ds_m \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$i_m = \overline{1, n}, m = \overline{1, N},$$

где $K_m(s_1, \dots, s_m)$ – симметричные по всем своим аргументам функции.

Тогда (1) для случая произвольных симметричных K_m с применением (6) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & y^h(t_i) = \\ & = \sum_{m=1}^N \left[\sum_{i_1=1}^i \dots \sum_{i_m=1}^i \left(\prod_{k=1}^m x_{i-i_k+\frac{1}{2}} \int_{(i_1-1)h}^{i_1h} \dots \int_{(i_m-1)h}^{i_mh} K_m(s_1, \dots, s_m) ds_{i_1} \dots ds_{i_m} \right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

$$i = \overline{1, n}, nh = T.$$

Соответственно, при $N = 2$, $N = 3$ из (7) получаем квадратичный и кубичный полиномы Вольтерра:

$$y_{sq}(t_i) = \sum_{\mu=1}^i m_{\mu} x_{i-\mu+\frac{1}{2}} + \sum_{\mu=1}^i \sum_{\nu=1}^i p_{\mu, \nu} x_{i-\mu+\frac{1}{2}} x_{i-\nu+\frac{1}{2}}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} y_{cub}(t_i) &= \sum_{\mu=1}^i m_{\mu} x_{i-\mu+\frac{1}{2}} + \sum_{\mu=1}^i \sum_{\nu=1}^i p_{\mu, \nu} x_{i-\mu+\frac{1}{2}} x_{i-\nu+\frac{1}{2}} + \\ &+ \sum_{\mu=1}^i \sum_{\nu=1}^i \sum_{\lambda=1}^i q_{\mu, \nu, \lambda} x_{i-\mu+\frac{1}{2}} x_{i-\nu+\frac{1}{2}} x_{i-\lambda+\frac{1}{2}}, \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$m_{\mu} = \int_{(\mu-1)h}^{\mu h} K_1(s) ds, \quad p_{\mu, \nu} = \int_{(\mu-1)h}^{\mu h} \int_{(\nu-1)h}^{\nu h} K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2, \quad (10)$$

$$q_{\mu,\nu,\lambda} = \int_{(\mu-1)h}^{\mu h} \int_{(\nu-1)h}^{\nu h} \int_{(\lambda-1)h}^{\lambda h} K_3(s_1, s_2, s_3) ds_1 ds_2 ds_3. \quad (11)$$

Идентификация полинома (7) осуществляется с помощью задания физически реализуемых многомерных семейств кусочно-постоянных тестовых сигналов и заключается в нахождении интегралов от ядер (10) и (11). Приведены две теоремы, соответствующие квадратичному и кубическому случаю, которые показывают, что подстановка заданных тестовых сигналов в (8) и (9) приводит к замкнутым и невырожденным СЛАУ, решение которых порождает формулы обращения, приведенные в главе 3. Следующим этапом при построении квадратичной и кубической моделей является проблема выбора амплитуд тестовых сигналов, применяемых при идентификации этих двух моделей. Это связано с тем, что при моделировании исследуемого динамического процесса выбор амплитуд на этапе идентификации достаточно сильно влияет на точность моделирования¹⁵. Применение метода ИП для идентификации квадратичного и кубического полиномов Вольтерра, описанных в параграфах **3.1.2**, **3.1.3**, позволяет снять не только условия теорем¹¹, но и ограничения на амплитуды тестовых сигналов, что дает большую свободу в их выборе.

Следующий **параграф 3.2** посвящен задачам идентификации и анализа входного сигнала $x(t)$. Теперь при уже идентифицированных ядрах Вольтерра (или интегралах от ядер) появляется возможность не только находить отклик $y(t)$ нелинейной динамической системы на произвольный непрерывный входной сигнал $x(t)$, но и перейти к качественно иному этапу математического моделирования, тесно связанному с проблемой автоматического управления техническим объектом – нахождению такого $x(t)$, которому соответствует заданный отклик $y(t)$. Если K_n , $n = \overline{1, N}$ и $y(t)$ заданы, то (1) является интегральным уравнением относительно $x(t)$. В **параграфе 3.2.1** рассмотрены полиномиальные интегральные уравнения и приведены неулучшаемые оценки решений этих интегральных уравнений с помощью функции Ламберта. **Параграф 3.2.3** посвящен специальным тестовым интегральным уравнениям Вольтерра I рода, которые могут быть применены для анализа области существования решения полиномиального интегрального уравнения, описывающего реальную динамическую систему.

В **параграфе 3.2.4** приведен численный ИП-метод для решения квад-

¹⁵Апарцин А.С., Солодуша С.В. Об оптимизации амплитуд тестовых сигналов при идентификации ядер Вольтерра // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 3. – С. 116-124.

ратичного уравнения Вольтерра I рода, когда известны не ядра Вольтерра, а интегралы от них.

Для анализа исследуемого сигнала $x(t)$ в **параграфе 3.2.5** рассматривается методика ПГХ и его модифицированная версия, позволяющая избежать эффекта "смешивания мод".

Четвертая глава посвящена программным комплексам и численным экспериментам. В ней рассмотрены следующие ПК и отдельные алгоритмы:

1) на языке пакета MATLAB был разработан ПК для идентификации квадратичной и кубической моделей для двух динамических систем: математической динамической системы и цифрового двойника объекта Назаровской ГРЭС. Полученные результаты позволили протестировать построенные модели на практике и провести анализ погрешности моделирования;

2) в среде Borland C++ Builder на языке Pascal был разработан программный модуль идентификации квадратичного и кубического скалярного полинома Вольтерра с помощью ИП-метода для моделирования переходного процесса в теплообменном аппарате. Этот модуль была адаптирован для применения в ПВК "Динамика"¹⁶;

3) с помощью математического пакета MAPLE была создана программа для численного решения квадратичного интегрального уравнения Вольтерра I рода различными квадратурными методами, в том числе методом ИП;

4) для задачи анализа временного ряда автоколебаний давления использовался пакет ПГХ¹⁷ для системы MATLAB. С помощью него и стандартных процедур пакета MATLAB была проведена идентификация несущих частот механизмов колебания давления.

С помощью программ из пунктов 1) и 2) удалось построить интегральные модели второй и третьей степени энергоблока Назаровской ГРЭС, элемента теплообменного аппарата и тестовой математической эталонной модели. Приведены результаты тестирования данных ПК на имитационных моделях, описанных в главе 2. Во всех случаях выявлено преимущество кубической модели перед квадратичной. В то же время точность моделирования, вполне достаточная для практического применения даже в квадратичном случае, позволяет использовать данный ПК и модуль для описания широкого класса технических устройств, представимых в виде динамических систем типа

¹⁶Солодуша С.В. Пакет "Динамика" для исследования динамических процессов рядами Вольтерра // Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2017. – Т. 17. – № 2. – С. 83-92.

¹⁷Rilling G., Flandrin P., Goncalves P. Empirical Mode Decomposition. – Available at: <http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/emd.html> (accessed 23.12.2021).

"вход-выход". Когда найдены интегралы от ядер, то для решения задачи идентификации входного сигнала необходимо построение такого квадратурного метода, который бы использовал именно интегралы от ядер, а не сами ядра, как большинство методов. С помощью программы MAPLE была написана программа, численно решающая интегральное уравнение с помощью ИП-метода. В последнем пункте 4) применено модифицированное ПГХ для декомпозиции искомого ряда на несмешанные составляющие, с последующим применением к ним преобразования Гильберта, для поиска частот этих составляющих.

Основные результаты работы

Основные результаты, изложенные в диссертационной работе, являются новыми и имеют как теоретическую, так и практическую ценность:

1. Выполнен обзор по проблемам математического моделирования и различным задачам идентификации, включая идентификацию с помощью метода ПГХ. Проведен обзор по применению полиномов Вольтерра и методики ПГХ для решения технических задач из разных областей науки.

2. Согласно оценочному тестированию имитационной модели энергоблока Назаровской ГРЭС определен временной диапазон, на котором происходит стабилизация отклика на заданные входные сигналы и выбран шаг для вычисления переходных характеристик. Подобная работа проведена и для имитационной модели теплообменного аппарата. Определен временной интервал моделирования для стабилизации отклика на заданные входные сигналы. Выбор шага для модели теплообменного аппарата обусловлен возможностями теплотехнического оборудования.

3. Разработана методика построения квадратичного и кубического полиномов Вольтерра на базе численного многомерного метода ИП в случае скалярного входного сигнала. Полученные полиномы Вольтерра являются интегральными моделями для исследуемой динамической системы.

4. Построены квадратичная и кубическая модели для различных динамических систем. Показано, что кубическая модель точнее квадратичной моделирует заданный объект и позволяет более полно учитывать нелинейные свойства объекта. Применение кубической модели позволяет расширить класс допустимых входных сигналов по сравнению с квадратичной моделью.

5. Для обоснования методики построения квадратичной и кубической моделей с помощью применения метода ИП были доказаны две теоремы. До-

полнительно для тестирования методики были построены квадратичные и кубичные интегральные модели для математической "эталонной" динамической модели.

6. Решена задача, посвященная теоретическим и практическим аспектам исследования полиномиальных уравнений Вольтерра I рода. Оказалось, что в теории полиномиальных интегральных уравнений Вольтерра I рода принципиально важную роль играет функция Ламберта. В терминах функции Ламберта были получены неулучшаемые оценки непрерывных решений некоторых нелинейных интегральных неравенств. Это позволяет получить обоснованные оценки на правый конец интервала моделирования при решении задачи автоматического управления.

7. Для согласованности решений задачи автоматического управления и задачи идентификации квадратичной модели, с помощью метода ИП была построена численная схема решения квадратичного интегрального уравнения. Для задачи решения квадратичного интегрального уравнения показано преимущество ИП-метода для сильно осциллирующих функций.

8. Была поставлена и решена задача анализа динамики давления и температуры для энергоблока Назаровской ГРЭС. Она проводилась с помощью квадратичного и кубичного полиномов Вольтерра, построенных с помощью метода ИП. Во всех случаях было выявлено преимущество кубичной модели перед квадратичной.

9. Реализован модуль идентификации полиномов Вольтерра второй и третьей степени, входящий в ПВК "Динамика", для исследования динамики скалярной имитационной модели теплообменной установки.

10. Для задачи исследования временных рядов теплофизической природы была разработана методика выбора и настройки модификации метода ПГХ.

11. Задача идентификации несущих частот механизмов автоколебания давления решена с помощью модифицированного ПГХ.

Список работ по теме диссертации

Публикации в журналах из списка ВАК:

1. Спиряев В.А. Применение тестовых уравнений вольтерровского типа для идентификации входных сигналов / В.А. Спиряев, С.В. Солодуша // Управление большими системами. – 2022. – Вып. 96. – С. 5-15.

2. Спиряев В.А. Исследование частотно-избирательных свойств преобразования Гильберта-Хуанга и его модификаций на примере изучения автоколебательных пульсаций давления / А.А. Левин, В.А. Спиряев // Вычислительные технологии. – 2017. – Т. 22. – № 5. – С. 58-72.

3. Спиряев В.А. О неулучшаемых ламберт-оценках решений одного класса нелинейных интегральных неравенств / А.С. Апарцин, В.А. Спиряев // Труды Института математики и механики УрО РАН. – 2010. – Т. 16. – № 2. – 2010. – С. 3-13.

4. Спиряев В.А. Применение кубичного полинома Вольтерра к моделированию динамики теплообмена / С.В. Солодуша, В.А. Спиряев, М.С. Щербинин // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2006. – Т. 26. – № 2. – С. 150-155.

Научные статьи, опубликованные в журналах и трудах конференций, входящих в список Web of Science и Scopus

5. Spiryaev V. Application of a Volterra quadratic polynomial to modeling elements of heat engineering devices / E. Antipina, V. Spiryaev, E. Tairov // E3S Web of Conferences. – 2019. – Vol. 114. – P. 01007. DOI: 10.1051/e3sconf/201911401007.

6. Spiryaev V. Numerical Modeling of Dynamics of Thermal Power Equipment of the Power unit at the Nazarovo Power Station by Volterra Polynomial / S. Solodusha, V. Spiryaev, E. Tairov // Proc. of the 2019 XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems. Samara, Russia. – 2019.

7. Spiryaev V. Self-excited pressure pulsations in ethanol under heater sub-cooling / A.A. Levin, E.A. Tairov, V.A. Spiryaev // Thermophys. Aeromech. – 2017. – Vol. 24. – P. 61–71. DOI: 10.1134/S0869864317010073.

Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ

8. Спиряев В.А. Программное средство для моделирования нелинейных динамических систем с помощью кубичных полиномов Вольтерра (скалярный случай) / С.В. Солодуша, В.А. Спиряев // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2013618929. Правообладатель ФГБУН ИСЭМ СО РАН. – № 2013616622; заявл. 29.07.2013; зарегистр. 23.09.2013, Бюл. № 12.

9. Спиряев В.А. Программный комплекс для моделирования нелинейных динамических систем скалярными полиномами Вольтерра второй и третьей степени методом product integration // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021618852. Правообладатель ФГБУН ИСЭМ СО РАН. – № 2021618077; заявл. 28.05.2021; зарегистр. 01.06.2021; опубл. 01.06.2021. Бюл. № 6.

Другие публикации автора по теме диссертации

10. Спиряев В.А. Применение преобразования Гильберта-Хуанга в задачах экспериментального изучения теплофизических процессов / А.А. Левин, В.А. Спиряев // Сборник трудов VII международного симпозиума «Обобщенные постановки и решения задач управления» (GSSCP-2014). – М.: АНО «Издательство физико-математической литературы», 2014. – С. 109-113.

11. Spiryayev V.A. Modeling of nonlinear dynamic systems with Volterra polynomials: elements of theory and applications / A.S. Apartsyn, S.V. Solodusha, V.A. Spiryayev // International Journal of Energy Optimization and Engineering. – 2013. – Vol. 2. – № 4. – P. 16-43.

12. Спиряев В.А. Об устойчивости непрерывного решения полиномиального уравнения Вольтерра I рода / А.С. Апарцин, В.А. Спиряев // Материали за VII международна практична конференция «Achievement of High School-2011», 17-25 November, 2011. – С. 3-6.

13. Спиряев В.А. Неулучшаемые Ламберт-оценки решений новых классов нелинейных интегральных неравенств [Электронный ресурс] / А.С. Апарцин, М.А. Островская, В.А. Спиряев // Материалы Всерос. конф. «Математическое моделирование, вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных научных исследованиях». – Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2009. – АпарцинОстровскаяСпиряев.pdf. – 1 электрон.опт.диск (CD-ROM).

14. Спиряев В.А. Оптимизация амплитуд тестовых сигналов для векторной квадратичной модели / В.А. Спиряев, М.С. Щербинин // Системные исследования в энергетике: Труды молодых ученых. – Вып. 38. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2008. – С. 158-164.

15. Спиряев В.А. Об одном подходе к идентификации кубического полинома Вольтерра / В.А. Спиряев // Сб. статей III Междунар. научно-технической конф. «Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем». – Пенза: Приволжский дом знаний, 2008. – С. 7-9.

16. Спиряев В.А. Обоснование product integration method для идентификации квадратичного и кубического полиномов Вольтерра в случае скалярного входа / В.А. Спиряев // Труды IX Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением», посвященной 105-летию Р.Г. Четаева. – Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2007. – Т. 5. – С. 210-217.

17. Спиряев В.А. Применение метода product integration в идентификации полиномов Вольтерра / В.А. Спиряев // Материалы IX школы-семинара «Математическое моделирование и информационные технологии». – Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2007. – С. 151-154.

18. Спиряев В.А. О моделировании нелинейных динамических систем с векторным входом полиномами Вольтерра / С.В. Солодуша, В.А. Спиряев, М.С. Щербинин // Материалы Всероссийской научной конференции «Математика. Механика. Информатика». – Челябинск: ЧелГУ, 2007. – С. 181-187.

19. Спиряев В.А. Применение кубического полинома Вольтерра к исследованию нелинейных процессов теплообмена / С.В. Солодуша, В.А. Спиряев, М.С. Щербинин // Материалы II Всероссийской конференции с международным участием «Инфокоммуникационные и вычислительные технологии и системы». – Т. 2. – Улан-Удэ, 2006. – С. 126-132.

20. Спиряев В.А. Применение метода product integration для идентификации ядер Вольтерра / В.А. Спиряев // Системные исследования в энергетике: Труды молодых ученых. – Вып. 35. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2005. – С. 215-220.

21. Спиряев В.А. Об одном подходе к идентификации полиномов Вольтерра / А.С. Апарцин, В.А. Спиряев // Оптимизация, управление, интеллект. – 2005. – № 2(10). – С. 109-117.

22. Спиряев В.А. О численном решении одного класса билинейных уравнений Вольтерра I рода / С.В. Солодуша, В.А. Спиряев // Труды международной конференции по вычислительной математике МКВМ-04. – Ч. II. – Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2004. – С. 688-692.

23. Спиряев В.А. Об одной задаче автоматического регулирования для нелинейной динамической системы с двумя входами / В.А. Спиряев // Системные исследования в энергетике: Труды молодых ученых. – Вып. 34. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2004. – С. 189-193.

24. Спиряев В.А. Численное решение некоторых билинейных уравнений Вольтерра I рода / В.А. Спиряев // Труды Всеросс. конф. «Математические и информационные технологии». – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2004. – С. 38-42.

25. Спиряев В.А. Применение неклассических интегральных уравнений I рода типа Вольтерра для математического моделирования динамических систем / Е.В. Маркова, Д.Н. Сидоров, С.В. Солодуша, В.А. Спиряев // Материалы IV конференции молодых ученых, посвященной М.А. Лаврентьеву. – Ч. I. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2004. – С. 69-73.

26. Спиряев В.А. Применение неклассических интегральных уравнений I рода типа Вольтерра для математического моделирования динамических систем / Е.В. Маркова, Д.Н. Сидоров, С.В. Солодуша, В.А. Спиряев // Материалы III конференции молодых ученых, посвященной М.А. Лаврентьеву. – Ч. I. – Новосибирск: изд-во РИЦ «Прайс-курьер», 2003. – С. 87-92.

27. Спиряев В.А. О билинейном уравнении Вольтерра I рода / В.А. Спиряев // Системные исследования в энергетике (труды молодых ученых ИСЭМ СО РАН). – Вып. 33. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2003. – С. 190-194.

28. Спиряев В.А. О решении билинейного уравнения Вольтерра I рода / В.А. Спиряев // Тр. Всеросс. конф. «Математические и информационные технологии в энергетике, экономике, экологии». – Ч. 2. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2003. – С. 35-39.

29. Спиряев В.А. Численные решения билинейного уравнения Вольтерра I рода методом квадратур / В.А. Спиряев // Системные исследования в энергетике: Труды молодых ученых. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2002. – С. 220-226.

Отпечатано в типографии «ДубльПринт»
664046, г. Иркутск, ул. Волжская, 14, оф. 112
Заказ № 3439, тираж 100 экз.